Министерство образования и науки Российской Федерации

Сыктывкарский лесной институт – филиал государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургская государственная лесотехническая академия имени С. М. Кирова»

КАФЕДРА ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методическое пособие
для студентов заочной формы обучения
всех технических специальностей и направлений бакалавриата

Самостоятельное учебное электронное издание

СЫКТЫВКАР 2011

УДК 514.18
ББК 22.151
Н36

Рассмотрены и рекомендованы к изданию в электронном виде
кафедрой инженерной графики и автоматизации проектирования.

Утверждены к изданию в электронном виде
советом лесотранспортного факультета Сыктывкарского лесного института.

Составители:
В. А. Паршукова, старший преподаватель; **А. А. Митюшев**, преподаватель

Ответственный редактор:
З. И. Кормщикова, кандидат технических наук, доцент

Рецензент:
О. С. Головатая, кандидат технических наук, доцент
(Сыктывкарский государственный университет)

Н36 **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ** [Электронный ресурс] : метод. пособие для студентов заоч. формы обучения всех техн. специальностей и направлений бакалавриата : самост. учеб. электрон. изд. / сост. В. А. Паршукова, А. А. Митюшев; Сыкт. лесн. ин-т. – Электрон. дан. (1 файл в формате pdf: 4,3 Мб). – Сыктывкар : СЛИ, 2011. – Режим доступа: http://lib.sfi.komi.com. – Загл. с экрана.

УДК 514.18
ББК 22.151

Учебное издание включает в себя основные положения теоретического курса по начертательной геометрии и предназначено для выполнения домашних контрольных работ или подготовки к аудиторной контрольной работе. Состоит из двух разделов. В первом разделе представлены эпюры, которые студент решает по мере последовательности прохождения курса. Эпюры сопровождаются примерами построения, а также подробным описанием метода решения. Во втором разделе приводится описание решения типовых задач по каждой теме начертательной геометрии и в краткой форме изложены основные теоретические положения по этим темам. Подобраны позиционные метрические задачи, которые студент должен решить самостоятельно.

Предназначено для студентов заочной формы обучения всех технических специальностей и направлений бакалавриата.

Темплан 2010/11 учеб. г. Изд. № 49.

* * *

Самостоятельное учебное электронное издание

Составители **Паршукова** Валентина Александровна, **Митюшов** Альберт Александрович

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Электронный формат – pdf. Разрешено к публикации 30.05.11. Объем 5,0 уч.-изд. л.; 4,3 Мб

Сыктывкарский лесной институт – филиал государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургская государственная лесотехническая академия имени С. М. Кирова» (СЛИ). 167982, г. Сыктывкар, ул. Ленина, 39, institut@sfi.komi.com, www.sli.komi.com

Редакционно-издательский отдел СЛИ. Заказ № 22.

Оглавление

Раздел 1. Методические указания по выполнению эпюров и контрольные задания

Работы по начертательной геометрии представляют собой эпюры, каждый эпюр выполняется на отдельном листе. Графические построения должны быть выполнены с помощью карандашей, циркуля и линейки с обязательным применением типов линий (ГОСТ 2.303-68), шрифтов (ГОСТ 2.304-81), масштабов (ГОСТ 2.302-68) и других стандартов ЕСКД (Единой системы конструкторской документации).

Искомые элементы (линии пересечении, натуральные величины фигур и т. д.) желательно обводить цветным карандашом. Отрезки прямых, следы плоскостей, видимые ребра многогранников, контурные (очерковые) образующие поверхностей геометрических тел обводятся линиями видимого контура (сплошной основной, толщиной S); невидимые части указанных линий невидимого контура (штриховой, толщиной $S/2$). Оси проекций, линии связи, , линии дополнительного построения характерных точек, линии размерные и выносные и линии штриховки обводятся тонкими сплошными линиями (толщиной $S/3$). Точки изображаются в виде окружностей диаметром 2 мм.

Следы вспомогательных плоскостей обозначаются разомкнутой линией (толщиной $1{,}5S$). S – толщина основной линии, при выполнении данных чертежей $S = 1$ мм.

Все основные вспомогательные построения должны быть сохранены. Каждый эпюр выполняется на отдельном листе формата А3.

Эпюр № 1. Построение линии пересечения плоскостей ABC и EDK.

Эпюр № 2. Построение проекции пирамиды.

Эпюр № 3. Построение проекций линии пересечения многогранников.

Эпюр № 4. Проекции сквозного отверстия в сфере.

Эпюр № 5. Сечение конуса плоскостью общего положения.

Эпюр № 6. Пересечение прямого кругового конуса с цилиндром вращения.

Общие правила оформления чертежей

Эпюры по начертательной геометрии. должны быть вычерчены на форматах А3 (420 х 297 мм) и на форматах А4 (210 х 297 мм) .

Каждый лист чертежа должен быть оформлен согласно стандартам ЕСКД. На чертежных листах следует наносить внутреннюю рамку сплошной основной линией на расстоянии 20 мм от левой стороны внешней рамки и на расстоянии 5 мм от остальных сторон. В правом нижнем углу. чертежа размещают основную надпись. В левом углу на поле рамки в 20 мм выполняется дополнительная графа размером 12 х 145 мм.

На рисунках 1 и 2 приведены примеры оформления форматов А3 (горизонтальной и вертикальной ориентации), расположение основной надписи 185 х 55 мм (1) и дополнительных граф 12 х 145 мм (2), 14 х 70 мм (3).

Порядок заполнения основной надписи и дополнительных граф производится согласно ГОСТ 2.104-68 (рисунки 3 и 4). Дополнительная графа 14 х 70 мм повторяет записи в графе основной надписи РГР.ФЗО – 654.01.09 и заполняется после поворота формата на 180°. Обозначение чертежа содержит следующие символы (рисунок 3):

РГР – расчетно-графическая работа;

ФЗО – факультет заочного обучения;

654 – три последние цифры шифра студенческого билета;

01 – номер контрольной работы;

09 – номер варианта, который принимается равным сумме последних двух цифр шифра студенческого билета.

Например: учебный номер студенческого билета 97654, что соответствует девятому варианту.

Если основная надпись 55 х 185 мм на формате А3 не помещается в силу расположения изображений и размеров геометрических элементов; то работу необходимо выполнять на дополнительном формате А4 х 3 размерами сторон 297 х 630 мм, где основная надпись располагается в правом углу формата.

К каждому эпюру (листу) прилагается пояснительная записка, в которой на одном листе писчей бумаги формата А4 (297 х 210 мм) студентом кратко излагаются условия задачи, план решения и последовательность графических построений.

Пояснительная записка может выполняться от руки , либо на компьютере.

Все листы контрольной работы сшиваются и оформляются титульным листом. Пример оформления титульного листа приведен на рисунке 4.

Принятые обозначения

1. Точки, расположенные в пространстве, обозначают прописными буквами латинского алфавита A, B, C, D, … или римскими цифрами I, II, III, ...
2. Ортогональные проекции точек – строчными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами: a, b, c, $в$, … или 1, 2, 3, 4, ... – на горизонтальной плоскости проекций; a', b', c', $в'$, ... , 1', 2', 3', 4', … – на фронтальной плоскости проекций; a'', b'', c'', $в''$, ... – на профильной плоскости проекций.
3. Прямые линии в пространстве задаются отрезками: AB, CD, EF, ... ; проекции отрезков прямых линий: ab, $a'b'$, $a''b''$, cd, $c'd'$, $c''d''$; 1–2, 1'–2', ... ; 1–A, 1'–A', ...
4. Плоскости, расположенные в пространстве, – прописными буквами латинского алфавита: P, Q, R, S, T, … или ABC; проекции отсеков плоскостей:

abc, *a'b' c'*… ; плоскости проекций: горизонтальная – *H*, фронтальная – *V*, профильная – *W*; плоскости, заданные следами: P_H, P_V, Q_H, Q_V, … .

5. Поверхности – прописными буквами греческого алфавита: Г, П, Σ, Ф, ...

6. Углы – строчными буквами греческого алфавита: α, β, γ, …; символическими записями: $\angle ABC$; прямой угол – графическим обозначением ⊾ (дуга с точкой внутри).

7. Основные операции: совпадение (тождественность) двух геометрических элементов – $A \equiv B$; $a' \equiv b'$, ... ; пересечение прямых, плоскостей − значком x; параллельность прямых, плоскостей − значком ||: $AB \parallel CD$; ⊥ - знак перпендикулярности; v – знак принадлежности; ∩ − знак пересечения; ⇨ – логическое следствие.

8. Главные линии в плоскости: *а*) горизонталь: ГПГ − горизонтальная проекция горизонтали; ФПГ – фронтальная проекция горизонтали; *б*) фронталь: ФПФ − фронтальная проекция фронтали; ГПФ − горизонтальная проекция фронтали; *в*) ЛНС − линия наибольшего ската. В пространстве: h – горизонталь, f – фронталь.

9. Фронтальный след прямой линии – буквой *V*, горизонтальный – буквой *H*.

11. НВ – натуральная величина.

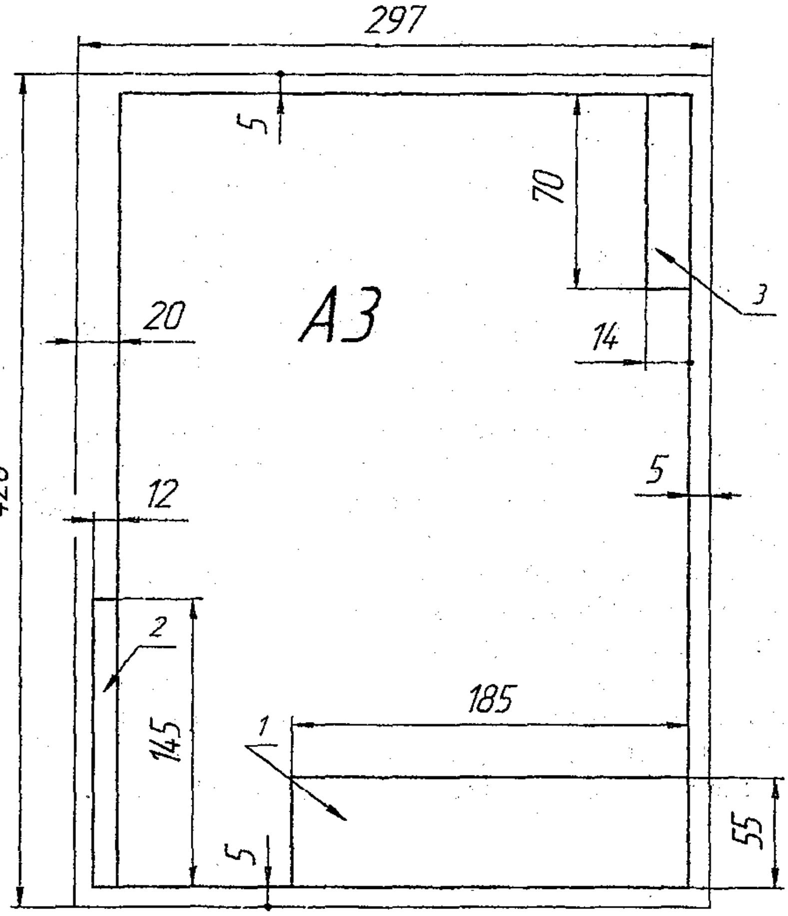


Рисунок 1 – Пример оформления формата А3 вертикальной ориентации

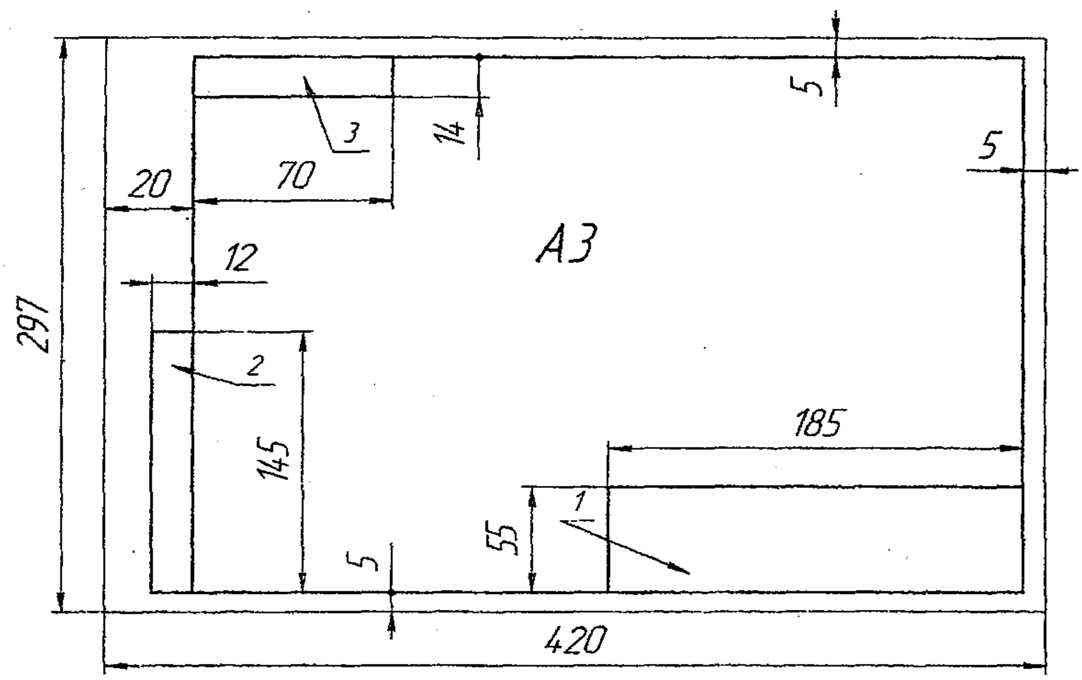


Рисунок 2 – Пример оформления формата А3 горизонтальной ориентации

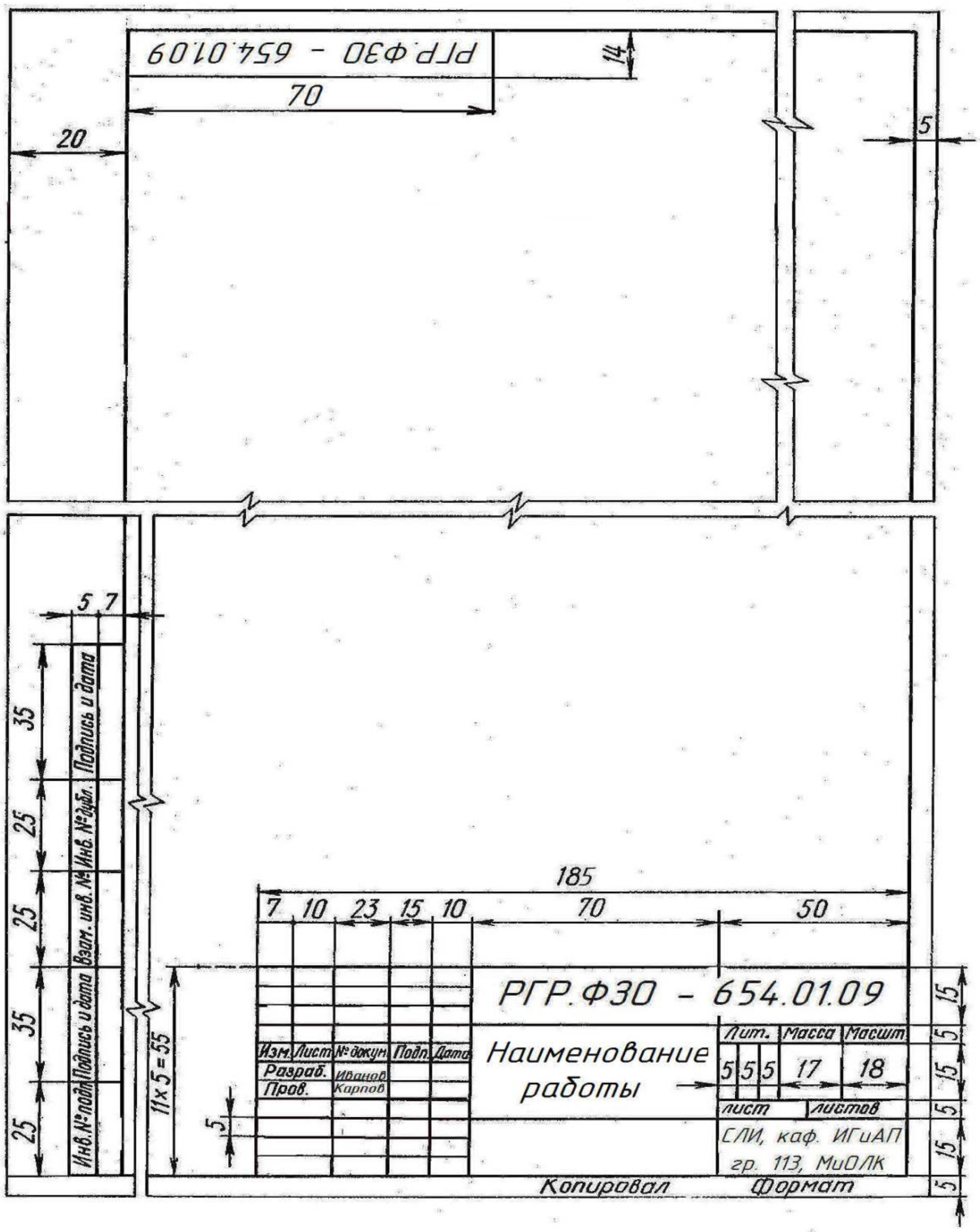


Рисунок 3 – Формат чертежного листа А3, А2, А1 при их горизонтальном расположении.

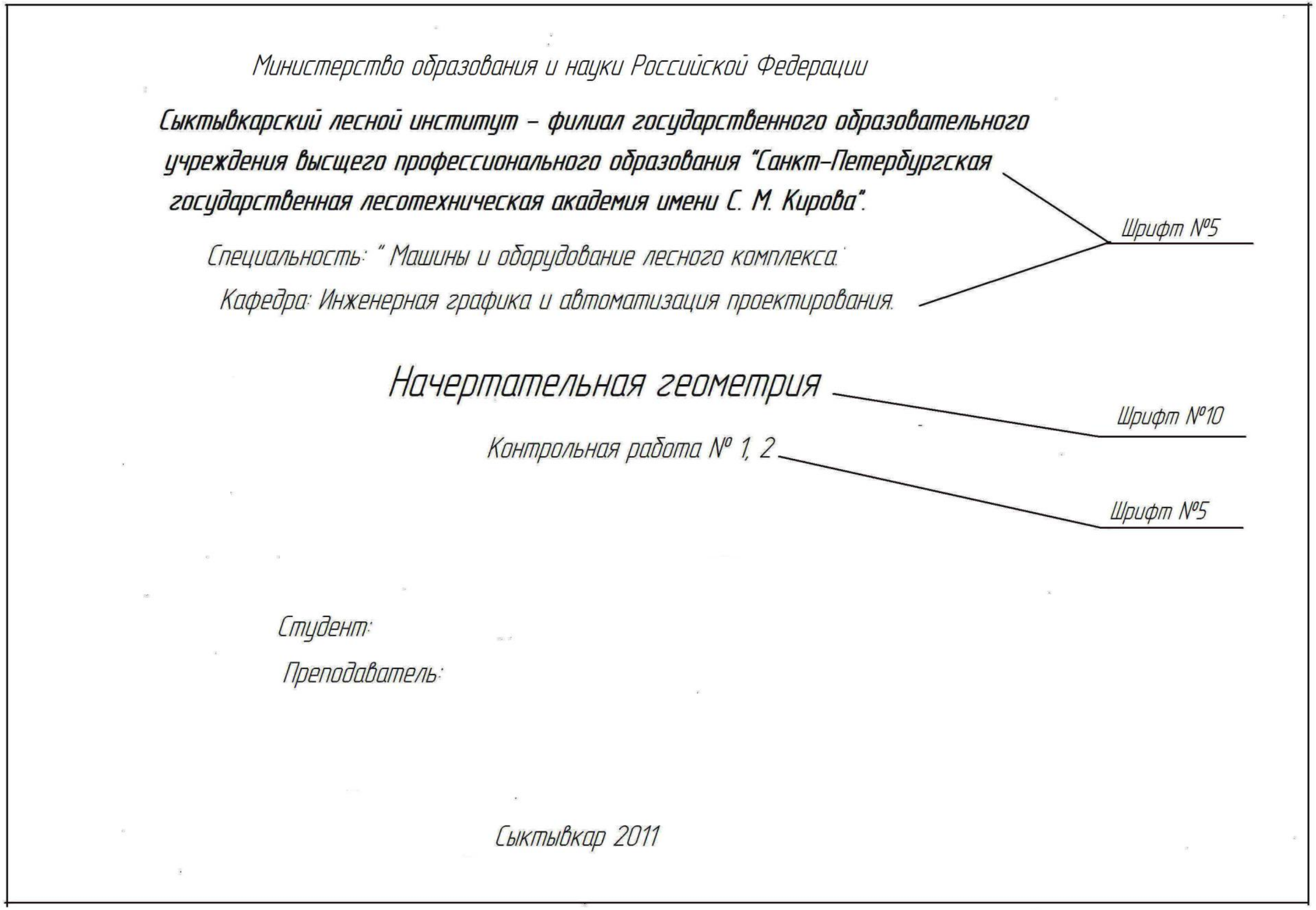


Рисунок 4 – Пример оформления титульного листа

1.1 Эпюр 1. Построение линии пересечение плоскостей *ABC* и *EDK*

Пример. Построить линию пересечения *ML* треугольников *ABC* и *EDK* и показать видимость их в проекциях. Определить натуральную величину треугольника *ABC.*

Данные для своего варианта приведены в таблице 1.
Пример выполнения эпюра приведен на рисунке 5.

Указания к решению задачи.

В левой половине листа формата А3 намечаются оси координат и из таблицы 1 согласно своему варианту берутся координаты точек *A , B, C, D, E, K* вершин треугольника (рисунок 5). Стороны треугольника и другие вспомогательные прямые проводятся вначале тонкими сплошными линиями.

Построение линии пересечения

Для построения линии пересечения необходимо определить две общие точки, принадлежащие заданным плоским фигурам. Общий метод решения подобных задач состоит в том, что одну из сторон какой-либо плоской фигуры рассматривают как прямую линию и находят точку встречи её со второй плоской фигурой.

Рассматриваем сторону *AB* треугольника *ABC* как линию и находим точку *M* (*m, m′*) встречи её с треугольником *EDK*. Для этого через сторону *AB* проводим вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость $P_н$ v *ab* ($P \perp H$) и находим линию пересечения I – II (1-2, 1′-2′) этой плоскости *P* с плоскостью треугольника *EDK*. Пересечение фронтальных проекций 1′-2′ и *a′b′* дает фронтальную проекцию точки пересечения *m′*, а по ней находим и горизонтальную проекцию *m*, проведя линию связи.

Определяем вторую общую точку, принадлежащую линии пересечения плоских фигур (*ABC* и *EDK*). Для этого находим точку встречи *L* (l l′) стороны треугольника *DK* с плоскостью треугольника *ABC*, проведя через *DK* вспомогательную фронтально проецирующую плоскость $Q_v \in d'k'$ ($Q \perp V$). Находим линию пересечения плоскости *Q* с треугольником *ABC* – III – IV (3-4, 3′-4′). Пересечение горизонтальных проекций 3-4 и *dk* дает горизонтальную проекцию искомой точки *n*, фронтальную проекцию *n′* опрелеляем по линии связи. Соединяем одноименные проекции линий пересечения *m* и *n*; *m′* и *n′*, получаем две проекции линии пересечения треугольников *ABC* и *EDK* (*MN*) *mn* и *m′n′*.

Для определения видимости элементов на плоскостях проекций воспользуемся методом конкурирующих точек. Определяем видимость на плоскости *H*. Берем горизонтальные проекции двух слившихся точек 5 и 6 (5, 6) (конкурирующие точки) и определяем их аппликаты. Как видно из чертежа, $Z_5 > Z_6$, следовательно, точка 5, лежащая на стороне *BC* , расположена от плоскости *H* дальше чем, точка 6, лежащая на стороне *EK*. Поэтому сторона *BC* треугольника ABC будет видна на горизонтальной плоскости проекций, а вместе с ней и часть треугольника ABC, лежащая до линии пересечения. В точках пересечения видимость линий меняется на противоположную.

Для нахождения видимости на фронтальной плоскости проекций необходимо взять слившиеся фронтальные проекции двух точек 7 и 8 ($7', 8'$) (конкурирующие точки) и определить их координаты $У$. Координата $У_7 > У_8$, поэтому точка 7, расположенная на прямой AB, находится от плоскости V дальше, чем точка 8. Следовательно отрезок AB на фронтальной плоскости проекций будет видимым до точки m', т. к. в точке, принадлежащей линии пересечения, видимость прямой изменяется на противоположную. Видна будет и часть треугольника ABC, примыкаемая к точке A. А часть линии $ЕК$, закрытая треугольником ABC, будет невидима.

Определение истинной величины треугольника *ABC* методом плоскопараллельного перемещения

Для определения натуральной величины треугольника необходимо переместить плоскость треугольника в положение, параллельное одной из плоскостей проекций. В данном примере перемещаем треугольник в положение, параллельное плоскости H, на которую он спроецируется в натуральную величину. Этого можно достигнуть, выполнив два последовательных перемещения.

Первое перемещение. Перемещаем треугольник ABC параллельно плоскости H в положение, перпендикулярное плоскости V. Для этого в плоскости треугольника через точку C (c, c') проводим горизонталь CN (cn, $c'n'$). На свободном месте поля чертежа строим конгруэнтно по трем сторонам треугольник $a_1b_1c_1 \equiv abc$ и причем строим так, чтобы $cn \perp OX$, т. к. признаком перпендикулярности $ABC \perp V$ служит перпендикулярность горизонтальной проекции горизонтали $cn \perp OX$. По новому положению горизонтальной проекции треугольника строим его фронтальную проекцию, исходя из того, что траекториями перемещения фронтальных проекций точек являются линии, параллельные оси X.

Второе перемещение осуществляем методом вращения вокруг оси J, перпендикулярной плоскости V. Ось J (jj, $j' \equiv j'$) проведена через вершину треугольника B. Вращаем радиусами $R_1 = b'_1c_1'$ и $R_2 = b_1'a'_1$ вокруг выбранной оси до тех пор , пока его фронтальная проекция не займет положение, параллельное оси OX – $a_2'b_1'c_2' \parallel OX$. Горизонтальные проекции точек A и C переместятся по прямым линиям, параллельным оси OX, и займут новое положение, соответствующее их фронтальным проекциям. Точки b'_1 и b_1 как проекции точки B, расположенной на оси вращения, останутся неподвижными. В результате вращения получим новую горизонтальную проекцию $a_2b_1c_2$ треугольника ABC, которая и представляет его натуральную величину.

Таблица 1 – Данные к эпюру № 1

Размеры в миллиметрах

№ варианта	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	x_D	y_D	z_D	x_E	y_E	z_E	x_K	y_K	z_K
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	65	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	20	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	52	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	86	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	68	48	111	15	86	78
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	135	20	0	68	111	48	15	78	86
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	135	20	0	70	110	50	15	80	85
21	122	40	75	50	110	8	0	50	40	140	20	0	70	110	50	20	80	85
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	70	20	85	0	110	35	120	80	0
23	20	10	40	85	80	110	135	48	48	70	85	20	0	35	110	120	0	80
24	117	40	9	52	111	79	0	47	48	68	20	85	135	111	36	14	78	0
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	68	85	20	135	36	111	14	0	78
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	67	20	85	0	111	36	36	78	0
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	67	85	20	0	36	111	121	0	78

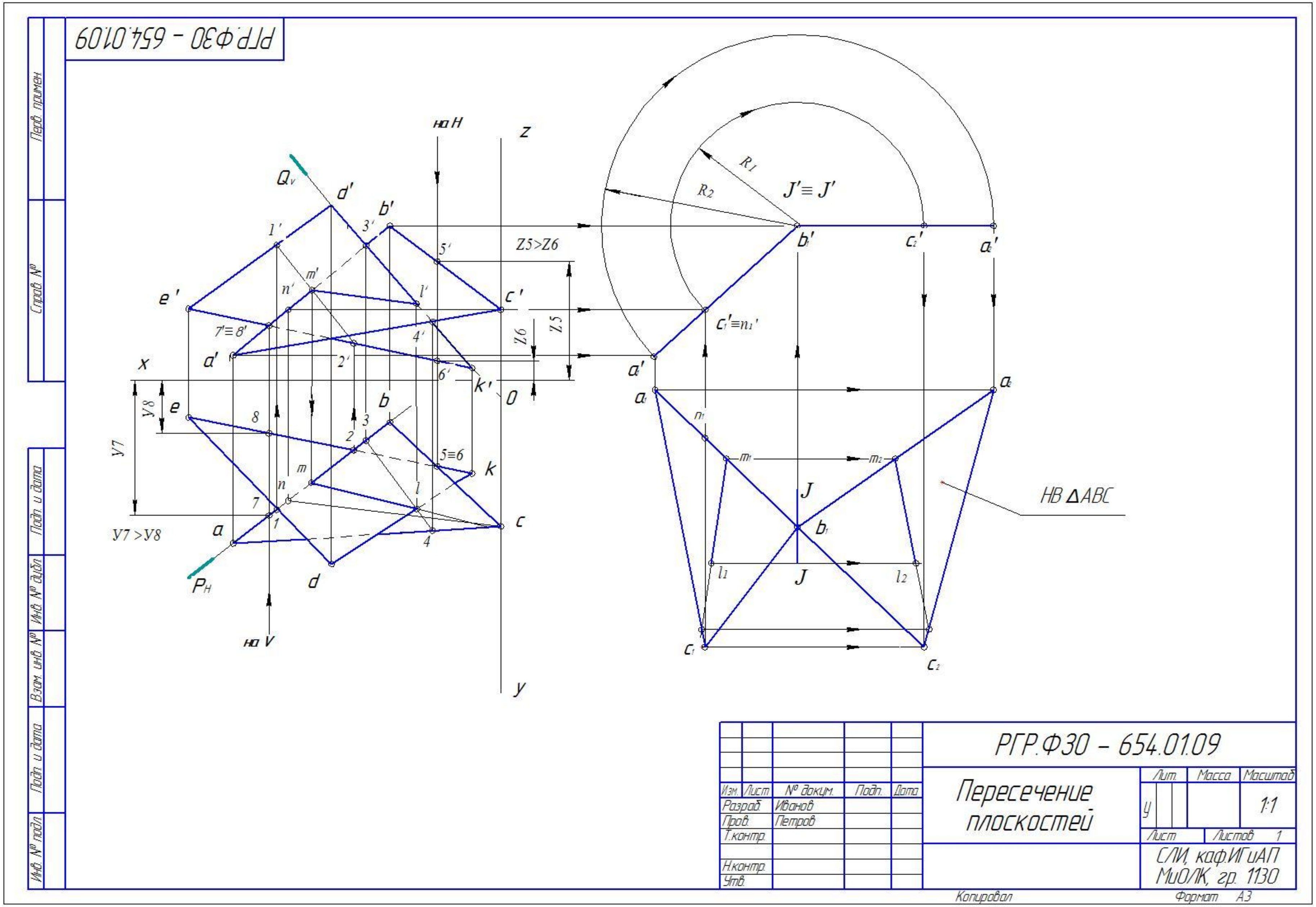


Рисунок 5 – Эпюр № 1. Построение линии пересечения плоскостей АВС и EDK

1.2 Эпюр 2. Построение проекции пирамиды

Пример. Построить проекции пирамиды, основанием которой является треугольник *ABC,* а ребро *AS* определяет высоту пирамиды.

Данные для своего варианта приведены в таблице 2.
Пример выполнения эпюра приведен на рисунке 6.

Указания к решению задачи

По координатам точек *A, B, C* строим фронтальную и горизонтальную проекции треугольника *ABC*.

Для построения проекций вершины пирамиды *S*(*s*,*s'*) в точке *A*(*a,a'*) восстанавливаем перпендикуляр к плоскости основания *ABC*(*abc, a'b'c'*) следующим образом. В плоскости *ABC* проводим горизонталь *CN*(*cn, c'n'*) и фронталь *CF(cf, c'f'*). Горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали ($as \perp cn$), а фронтальная – фронтальной проекции фронтали ($a's' \perp c'f'$). На перпендикуляре берем некоторый отрезок AS_1 произвольной длины ($as_1, a's_1'$). Вращаем этот отрезок до параллельности плоскости *V*(as_2) и на фронтальной проекции $a's_2'$ (истинной величине взятого отрезка) откладываем заданную высоту пирамиды h =55 мм. Получаем точку S_3. Обратным вращением находим фронтальную проекцию s', а затем , проведя линию связи и горизонтальную проекцию s пирамиды заданной высоты. Это хорошо видно из чертежа. После этого легко построить проекции ребер пирамиды, соединив полученные проекции вершины пирамиды s и s' с проекциями основания *ABC*(*abc, a'b'c'*) .Способом конкурирующих точек определяется их видимость.

При определении видимости надо иметь в виду, что:

1) линии, образующие внешний контур каждой проекции всегда видны;
2) из двух линий, пересекающихся внутри контура одна является видимой, а другая невидимой, что определяется методом конкурирующих точек.

Видимость относительно плоскости *V*. Внутри контура на фронтальной плоскости проекций пересекаются ребра *AB* и *SC*. По горизонтальной проекции определяем, что ребро *SC* дальше отстоит от оси *OX* и, следовательно, от плоскости *V*, поэтому оно видимо на плоскости *V* . *SC* изображается сплошной основной линией, а *AB* – штриховой. Это также видно по конкурирующим точкам 3 ≡ 4.

Видимость относительно плоскости *H*. Внутри контура пересекаются ребра *SB* и *AC*. По фронтальной проекции определяем, что ребро *SB* дальше отстоит от оси *OX* и, следовательно, от плоскости *H*, поэтому оно видимо на плоскости *H*. *SB* изображается сплошной основной линией, *AC* – штриховой. Это также видно по конкурирующим точкам 1≡ 2.

Таблица 2 – Данные к эпюру № 2

Размеры в миллиметрах

№ варианта	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	h
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	85
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	85
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	85
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	85
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	85
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	85
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	85
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	85
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	85
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	85
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	85
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	85
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	80
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	80
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	80
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	80
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	80
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	80
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	80
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	80
21	122	40	75	50	110	8	0	50	40	85
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	80
23	20	10	40	85	80	110	135	48	48	85
24	117	40	9	52	111	79	0	47	48	80
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	85
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	80
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	80

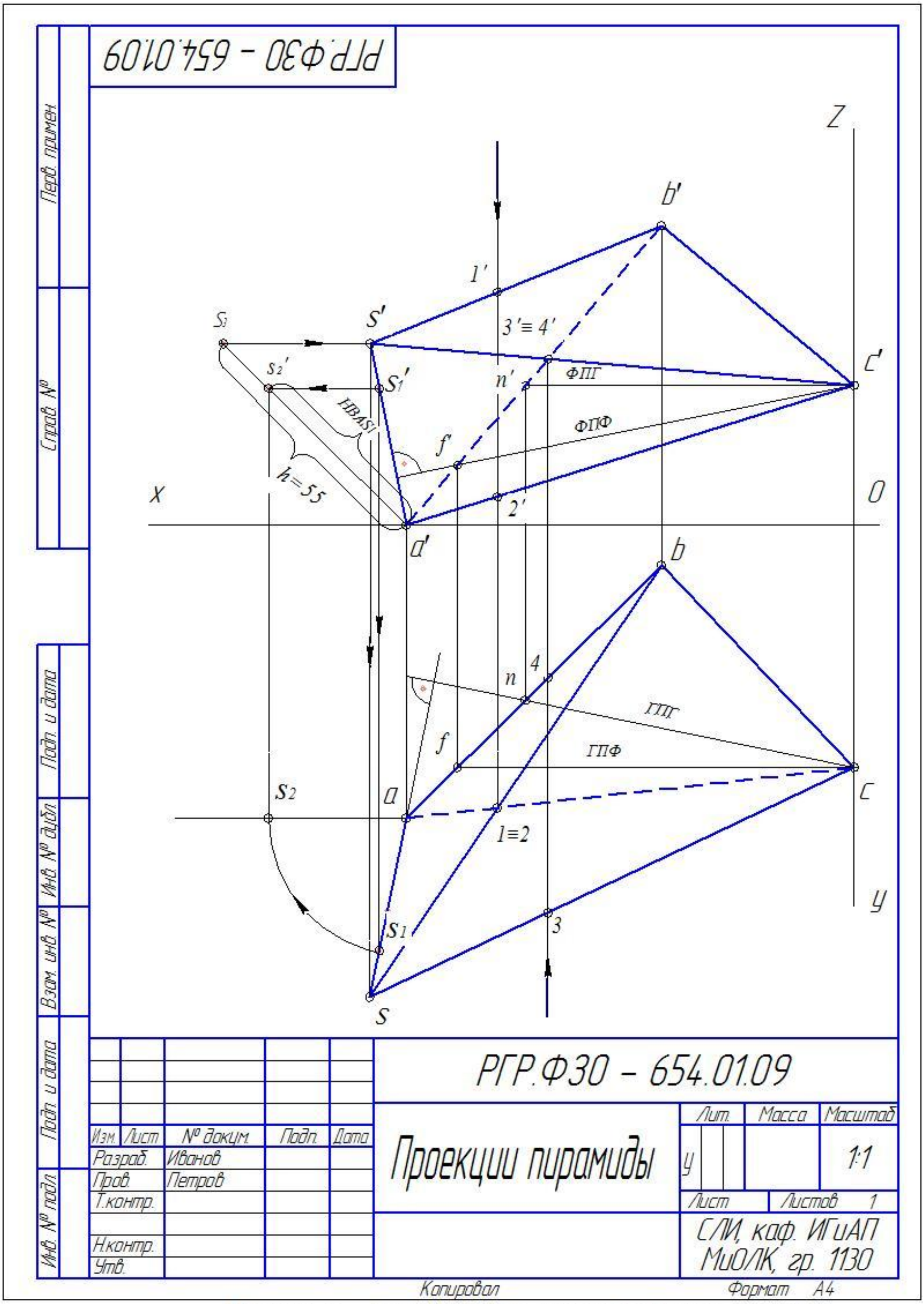


Рисунок 6 – Эпюр № 2. Построение проекции пирамиды

1.2 Эпюр 3. Построение проекций линии пересечения многогранников

Пример. Построить линию пересечения пирамиды с прямой призмой. Построить развертки призмы и пирамиды.

Указания к решению задачи

Эпюр выполняют на двух листах формата А3. На первом листе производят построение линии пересечения указанных многогранников и находят натуральные величины ребер, на втором листе изображают развертки многогранников.

Данные для своего варианта приведены в таблице 3.

Пример выполнения эпюра приведен на рисунках 7 и 8.

Лист 1. Построить линию пересечения пирамиды с прямой призмой

В левой половине формата строят прямоугольную систему координат *X, Y, Z* и приступают к построению горизонтальных и фронтальных проекций трехгранной пирамиды *DABC* и четырехгранной прямой призмы *EKGU*. Высота призмы *h*. Координаты вершин многоугольников приведены в таблице 3 в зависимости от варианта.

Анализируют видимость проекций ребер основания *ABC* и боковых граней *DAB*, *DBC, DCA* пирамиды и основания *EKGU* и боковых граней призмы. Видимость анализируется отдельно для каждой из плоскостей проекций. При этом видимость проекций ребер и граней на горизонтальной плоскости проекций определяется со стороны фронтальной, а на фронтальной плоскости проекций – со стороны горизонтальной плоскости проекций. Точки и прямые линии, расположенные на невидимых проекциях ребер и граней, являются невидимыми. Видимые ребра пирамиды следует показать сплошными основными линиями, а невидимые – штриховыми.

Для построения проекций линии пересечения пирамиды *DABC* с призмой *EKGU* (рисунок 7) необходимо выполнить следующее:

– построить проекции точек пересечения ребер пирамиды с гранями призмы;

– построить проекции точек пересечения ребер призмы с гранями пирамиды;

– соединить попарно отрезками прямых одноименные проекции точек пересечения ребер многогранников с гранями каждого из них, расположенных в одной и той же грани каждого из многогранников.

На чертеже проекции пирамиды и призмы расположены относительно друг друга таким образом, что происходит полное проницание призмы пирамидой. Это подтверждается взаимным расположением горизонтальных проекций геометрических фигур. В результате образуются две пространственные линии пересечения – линия входа 1– 2– 3 и линия выхода 4 – 5 – 6 – 7– 8 – 9.

На горизонтальной плоскости проекций отмечаем точки пересечения ребер пирамиды с гранями призмы – точки 1, 2, 3, 4, 5 и 7.
Фронтальные $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$, $7'$ проекции точек строят на основании принадлежности их соответственно ребрам *DB, DA* и *DC* пирамиды, проведя в направлении фронтальных проекций ребер линии связи. Фронтальные проекции точек 2 и 7 ($2'$, $7'$) лежат на невидимой фронтальной проекции ребра *DB* ($d'b'$).

Далее анализируют расположение ребер прямой призмы относительно граней пирамиды. С гранями *DBC* и *DBA* боковой поверхности пирамиды пересекается только ребро EE_1 призмы. А так как ребро EE_1 призмы является горизонтально проецирующей прямой, то с ее горизонтальной проекцией ee_1 совпадают проекции 6 и 8 точек пересечения призмы соответственно с гранями *DBC* и *DBA* пирамиды.

При этом точка 6 принадлежит грани *DCB*, а точка 8 – грани *DBA* пирамиды. Известно, что точка принадлежит плоскости только в том случае, если она располагается на прямой, лежащей в этой плоскости: поэтому для построения фронтальных $6'$ и $8'$ проекций точек 6 и 8 на горизонтальной плоскости проекций через совпадающие проекции точек 6 и 8 и вершину *D* пирамиды в каждой из граней проводят прямую линию. Она пересекает горизонтальную *bc* проекцию стороны *BC* треугольника основания пирамиды в точке 9 и горизонтальную *ab* проекцию стороны *AB* в точке 10. На основании принадлежности точки 9 стороне *BC* и точки 10 стороне *AB* строят фронтальные $9'$ и $10'$ проекции этих точек.

Соединив на фронтальной плоскости проекций точки $9'$ и $10'$ с точкой d' прямыми линиями, получают фронтальные $9'd'$ и $10'd'$ проекции прямых, на которых должны располагаться фронтальные $6'$ и $8'$ проекции точек принадлежащих этим прямым.

Теперь на фронтальной плоскости проекций отрезками прямых соединяют проекции точек пересечения ребер пирамиды с гранями призмы и ребра EE_1 призмы с гранями пирамиды. При этом соединяем только точки, лежащие в одной грани многогранника. Отрезки $7'$– $6'$, $7'$– $8'$, $8'$– $4'$ линии пересечения являются невидимыми, т.к. они принадлежат невидимым на фронтальной проекции граням пирамиды.

Лист 2. Построить развертки пересекающихся многогранников: пирамиды *DABC* и призмы *EKGU* , нанести на развертках линии их пересечения

Разверткой многогранной поверхности называется плоская фигура, полученная последовательным совмещением с плоскостью чертежа всех ее граней. Поэтому построение развертки многогранников сводится к последовательному построению натуральной величины их граней, а для этого необходимо знать натуральную величину ребер каждой грани многогранника. Натуральные величины всех ребер, а также расстояний, определяющих вершины пространственной ломаной линии (точек 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8), а также натуральную величину положения точек 9 и 10, определяющих положение образующих пирамиды *D*-9 и *D*-10, предварительно определены в правой половине ортогонального чертеже РГР. ФЗО – 654.03.09 лист 1. Ребро *DC* является прямой частного положения, она параллельна плоскости *H,* поэтому на эту плоскость оно проецируется в натуральную величину, т. е. горизонтальная проекция ребра *dc* является ее натуральной величиной. Натуральные величины ребер определены методом плоскопараллельного перемещения. Все построения хорошо видны из чертежа. Можно определять натуральные величины ребер любыми известными способами определения натуральной величины.

Построение развертки пирамиды *DABC*. В левой половине поля чертежа на расстоянии 15 мм проводят вертикальную линию и на ней откладывают натуральную величину ребра *DA*. Методом триангуляции строят грань *DAB*, точку *B* получают на пересечении двух засечек, проведенных радиусами равными натуральным величинам ребер *DB* и *AB*. Таким же образом строят грани *DBC* и *DCA.* К грани *DAB* пристраивают основание пирамиды *ABC*. Например, точку *C* получают на пересечении двух засечек, проведенных радиусами, равными натуральной величине ребер *AC* и *BC*. На ребрах и гранях пирамиды определяют вершины пространственной ломаной линии пересечения пирамиды с призмой. Например, точку 8 определяют следующим образом: на ребре *AB* от точки *A* в сторону точки *B* откладывают натуральную величину отрезка *A*10, которую берут в правой половине чертежа РГР.ФЗО – 654.03.09 лист 1. Через точку 10 проводят образующую *D*10, на которой откладывают отрезок 10-8, натуральную величину которого берут также в правой половине чертежа РГР.ФЗО – 654.03.09 лист1.

Построение развертки призмы *EKGU*. Для построения развертки прямой призмы поступаем следующим образом:

– проводим горизонтальную прямую;

– от произвольной точки *G* этой прямой откладываем отрезки *GU = gu, UE = ue, EK = ek, KG = kg* , равные длинам сторон основания призмы. Т. к. призма прямая и стоит на плоскости *H*, то длины сторон основания равны своим горизонтальным проекциям;

–из точек *G, U, E, K* восстанавливают перпендикуляры, равные высоте примы, получаем точки G_1, U_1, E_1, K_1. Полученная фигура является разверткой боковой поверхности призмы;

– для получения полной развертки призмы к развертке боковой поверхности призмы пристраивают два четырехугольника ее основания.

Для построения на развертке линии пересечения призмы с пирамидой – замкнутых ломаных 1, 2, 3 и 4, 5, 6, 7, 8 пользуются вертикальными прямыми. Например, для определения положения точки 1 на развертке поступаем так:

– на отрезке G_1U_1 от точки G_1 влево откладываем отрезок $G_1 1$, равный отрезку $g1$, натуральную величину которого берут на горизонтальной проекции ортогонального чертежа;

– из точки 1 восстанавливают перпендикуляр к отрезку GU и на нем откладываем аппликату точки $1–Z1$ (рисунок 7). Аналогично строят и находят остальные точки, принадлежащие боковой поверхности призмы.

Таблица 3 – Данные к эпюру №3
Размеры в миллиметрах

№ варианта	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	X_E	Y_E	Z_E	X_K	Y_K	Z_K	X_G	Y_G	Z_G	X_U	Y_U	Z_U	h
1	141	75	0	122	14	77	87	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
2	0	70	0	20	9	77	53	95	40	141	45	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
3	0	80	0	20	19	77	53	110	40	141	55	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
3	0	68	0	20	7	77	53	93	40	141	143	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
4	0	68	0	20	7	77	53	93	40	141	143	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
5	0	75	0	20	14	77	53	100	40	141	50	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
6	0	82	0	20	21	77	53	112	40	141	57	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
7	0	85	0	20	24	77	53	115	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
8	0	90	0	20	29	77	53	120	40	141	65	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
9	0	85	0	15	30	80	55	120	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	93	0	86
10	141	70	0	122	9	77	87	95	40	0	45	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
11	141	80	0	122	19	77	87	110	40	0	55	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
12	141	68	0	122	7	77	87	93	40	0	43	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
13	141	82	0	122	21	77	87	112	40	0	57	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
14	141	85	0	122	24	77	87	115	40	0	60	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
15	141	90	0	122	29	77	87	120	40	0	65	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
16	135	75	0	116	14	77	81	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
17	145	75	0	126	14	77	91	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	9	16	20	0	55	95	0	85
18	145	95	0	120	34	77	87	120	40	0	70	60	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
19	145	70	0	122	10	80	90	95	40	0	70	45	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
20	145	65	0	122	20	70	85	100	40	0	68	47	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
21	122	14	77	141	75	0	87	100	40	0	50	40	105	55	0	80	15	0	20	20	0	55	95	0	85
22	120	15	80	140	75	0	85	100	45	0	50	45	105	55	0	80	15	0	20	20	0	55	95	0	85
23	125	20	80	140	75	0	85	100	45	0	55	45	98	52	0	76	20	0	18	22	0	57	95	0	85
24	140	70	0	120	15	80	85	95	50	0	50	45	100	50	0	75	22	0	20	20	0	60	90	0	85
25	140	65	0	115	20	75	80	90	40	0	50	40	100	45	0	75	17	0	22	25	0	60	95	0	85
26	135	65	0	120	20	75	80	90	40	0	55	45	100	48	0	70	15	0	20	27	0	65	95	0	85
27	135	60	0	115	20	80	85	90	40	0	50	40	100	43	0	70	20	0	20	20	0	60	90	0	85

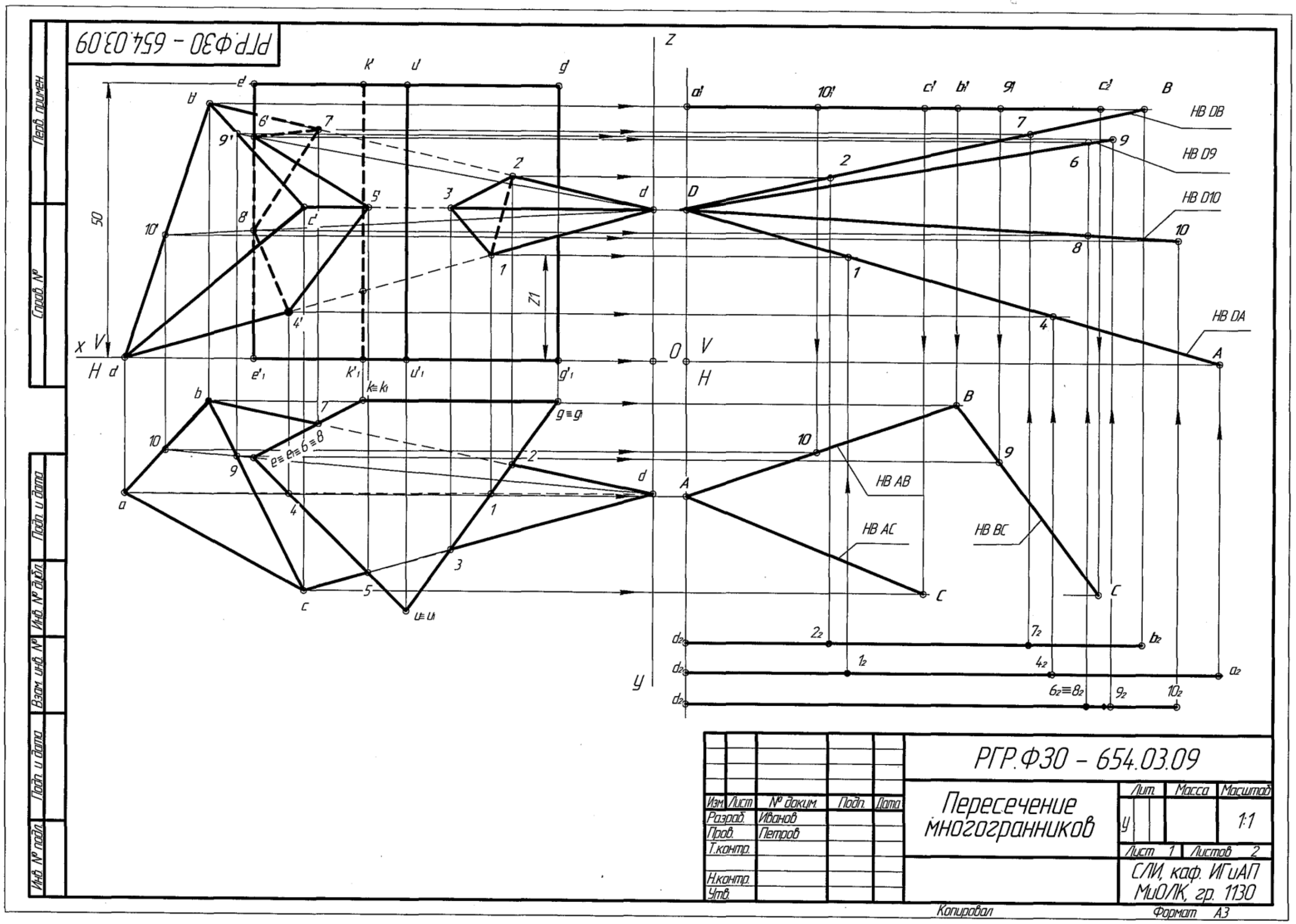


Рисунок 7 – Эпюр №3. Построение проекций линии пересечения многогранников (ортогональный чертеж). Лист 1.

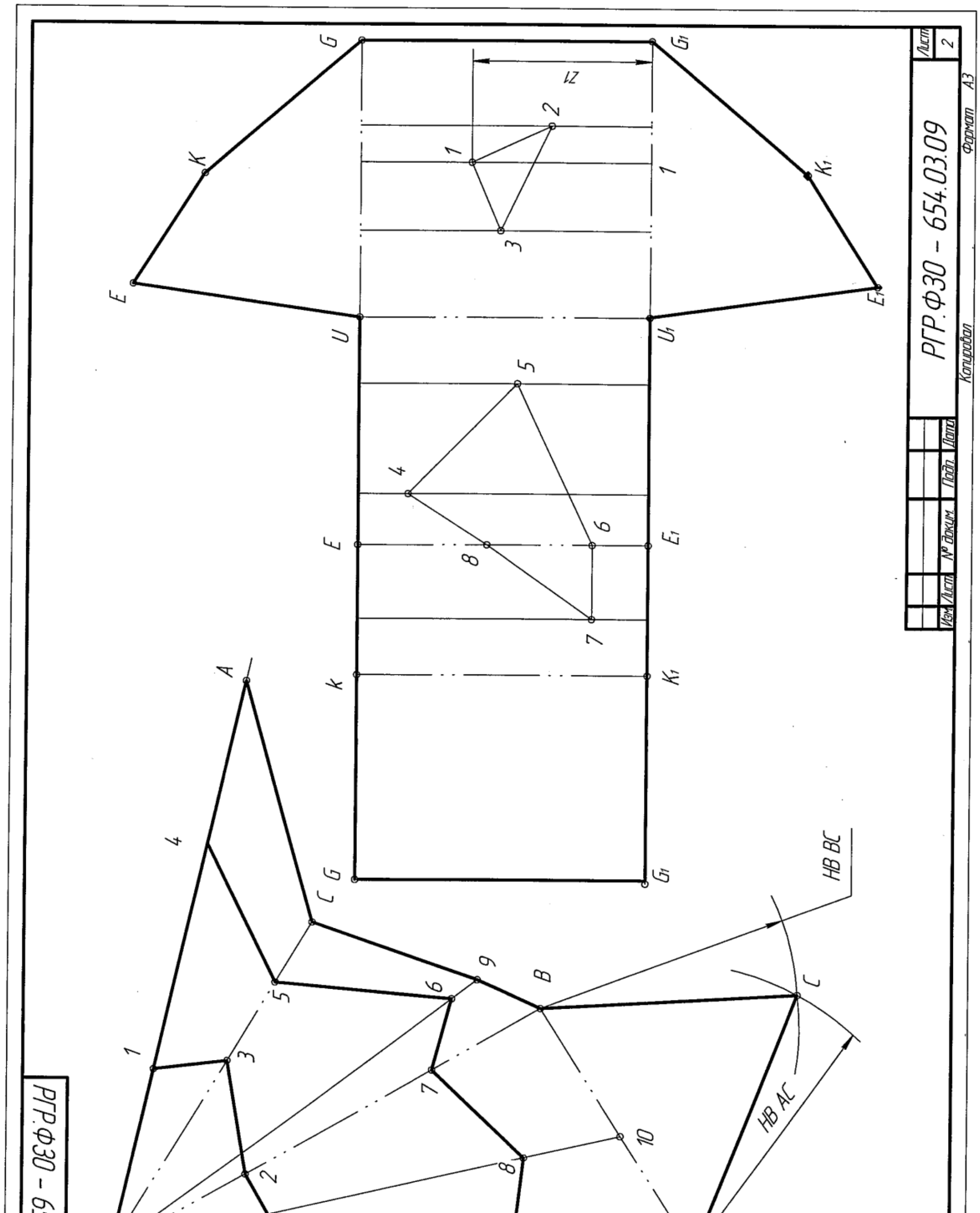


Рисунок 8 – Построение развертки пересекающихся многогранников. Лист2..

1.4 Эпюр 4. Проекции сквозного отверстия в сфере

Пример. На трехпроекционном чертеже построить недостающие проекции сквозного четырехугольного отверстия в сфере заданного радиуса *R*.

Данные для своего варианта приведены в таблице 4.

Пример выполнения эпюра приведен на рисунке 9.

Указания к решению задачи

По числовым значениям координат центра O сферы, взятым из таблицы 4 в зависимости от номера варианта задачи, строят его проекции (o, o', o''). Радиусом R проводят три проекции сферы.

Затем строят фронтальные a', b', c' и d' проекции вершин четырехугольника. Попарно соединив отрезками прямых проекции точек, получают на чертеже фронтальную проекцию сквозного отверстия в сфере — многоугольник, представляющий собой вырожденную проекцию линии сквозного отверстия. Такая вырожденная проекция отверстия в сфере получается только в случае пересечения ее четырьмя фронтально-проецирующими плоскостями (отсеками). В пересечении смежных отсеков проецирующих плоскостей образуются ребра AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 четырехгранника.

Известно, что сфера пересекается плоскостью по окружности. Поэтому линия пересечения сферы с четырехгранником представляют собой отсеки окружностей, соединенные между собой точками пересечения ребер со сферой. В зависимости от расположения секущей плоскости относительно плоскостей проекций окружность сечения проецируется в натуральную величину или в искаженном виде - в виде эллипса.

Таким образом, для построения горизонтальной и профильной проекций линии пересечения сферы сквозным четырехугольным отверстием, необходимо построить проекции точек пересечения каждого из ребер четырехгранника со сферой и проекцией отсеков окружностей пересечения сферы с каждой из четырех граней.

Грань AA_1BB_1 представляет собой отсек фронтально проецирующей плоскости. Она располагается наклонно к горизонтальной и профильной плоскостям проекций. Окружность сечения сферы этой плоскостью проецируется на них в виде эллипса. Построение проекций эллипса производят по точкам, взятым на фронтальной проекции отсека окружности сечения сферы, совпадающей с фронтальной $a'\ a'_1\ b'\ b'_1$ проекцией грани. Из множества точек окружности выделяют на чертеже положения фронтальных проекций характерных (опорных) точек, ограничивающих большую (точки $5'$ и $5'_1$) и малую (точки $1'$ и $1'_1$) оси эллипса, расположенных на экваторе (точки $3'$ и $3'_1$, являющиеся точками видимости для горизонтальной плоскости проекций; точки $2'$ и $2'_1$, являющиеся точками видимости для профильной плоскости проекций) и главных меридианах, а также несколько произвольных точек. Например, чтобы построить точку 4 (4 и 4′) необходимо через точку 4′ провести параллель. На горизонтальную плоскости проекций параллель проецируется в окружность радиуса r_4. Точка 4 будет принадлежать этой линии.

Построение горизонтальных и профильных проекций точек, выделенных на фронтальной плоскости проекций, производят на основании принадлежности последних сферической поверхности. При этом исходят из того, что проекции точки, принадлежащей сферической поверхности, должны располагаться на соответствующих проекциях ее параллели или меридиана.

Грани BB_1CC_1 *и* DD_1AA_1 являются отсеками горизонтальных плоскостей уровня. Отсеки их фигур сечения - окружности, проецируются на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину с радиусами r_b и r_d равными радиусам параллелей, совпадающих с горизонтальными плоскостями уровня. При этом одновременно определяются положения горизонтальных проекций точек пересечения ребер BB_1, CC_1, DD_1 со сферой – это точки b, b_1, c, c_1, d, d_1. По имеющимся фронтальным и горизонтальным проекциям ребер и отсеков линий сечений строят их профильные проекции.

Грань CC_1DD_1 является отсеком профильной плоскости уровня. Отсек окружности, расположенный в этой грани, проецируется на профильную плоскость проекций в натуральную величину. Радиус отсека окружности r_c сечения равен радиусу меридиана, совпадающего с профильной плоскостью уровня грани.

Окончательную обводку линий сквозного отверстия в сфере выполняют с учетом видимости их проекций на чертеже. Видимость проекций точек и линий сферы определяется расположением последних относительно экватора или главных меридианов. Видимые проекции линий выполняют сплошной толстой линией, а невидимые – штриховой.

Таблица 4 – Данные к эпюру № 4
Размеры в миллиметрах

№ варианта	x_0	y_0	z_0	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	x_D	y_D	z_D	R
1	70	58	62	118	—	35	56	—	95	45	—	95	45	—	35	46
2	70	60	60	118	—	35	56	—	95	44	—	95	44	—	35	46
3	70	60	58	120	—	35	58	—	95	44	—	95	44	—	35	48
4	70	60	58	120	—	36	56	—	94	42	—	94	42	—	36	48
5	69	58	60	116	—	36	58	—	94	45	—	94	45	—	36	47
6	72	60	58	116	—	36	60	—	92	42	—	92	42	—	36	47
7	72	58	60	120	—	34	60	—	92	42	—	92	42	—	34	48
8	72	58	58	122	—	34	60	—	90	40	—	90	40	—	34	45
9	74	62	60	122	—	34	55	—	90	40	—	90	40	—	34	45
10	69	58	60	20	—	36	81	—	94	94	—	94	94	—	36	47
11	74	62	58	20	—	36	80	—	92	94	—	92	94	—	36	47
12	72	62	62	20	—	35	80	—	92	92	—	92	92	—	35	48
13	72	60	62	22	—	35	82	—	90	92	—	90	92	—	35	48
14	70	60	60	18	—	35	82	—	90	90	—	90	90	—	35	48
15	70	60	58	18	—	34	82	—	94	92	—	94	90	—	34	50
16	72	62	58	20	—	34	84	—	94	96	—	94	96	—	34	50
17	70	62	60	18	—	32	84	—	90	96	—	90	96	—	32	50
18	68	60	60	20	—	32	86	—	92	95	—	92	95	—	32	50
19	68	58	62	20	—	32	86	—	92	95	—	92	95	—	32	50
20	70	58	62	18	—	32	86	—	94	90	—	94	90	—	32	52
21	70	60	58	118	—	35	60	—	95	45	—	95	45	—	35	52
22	70	62	62	120	—	36	60	—	92	42	—	92	42	—	36	50
23	68	62	60	120	—	34	62	—	92	42	—	92	42	—	34	50
24	68	62	58	122	—	35	62	—	90	40	—	90	40	—	35	52
25	68	60	58	120	—	36	60	—	90	42	—	90	42	—	36	52
26	70	60	60	120	—	35	60	—	92	44	—	92	44	—	35	52
27	70	58	60	120	—	32	62	—	92	45	—	92	45	—	32	50

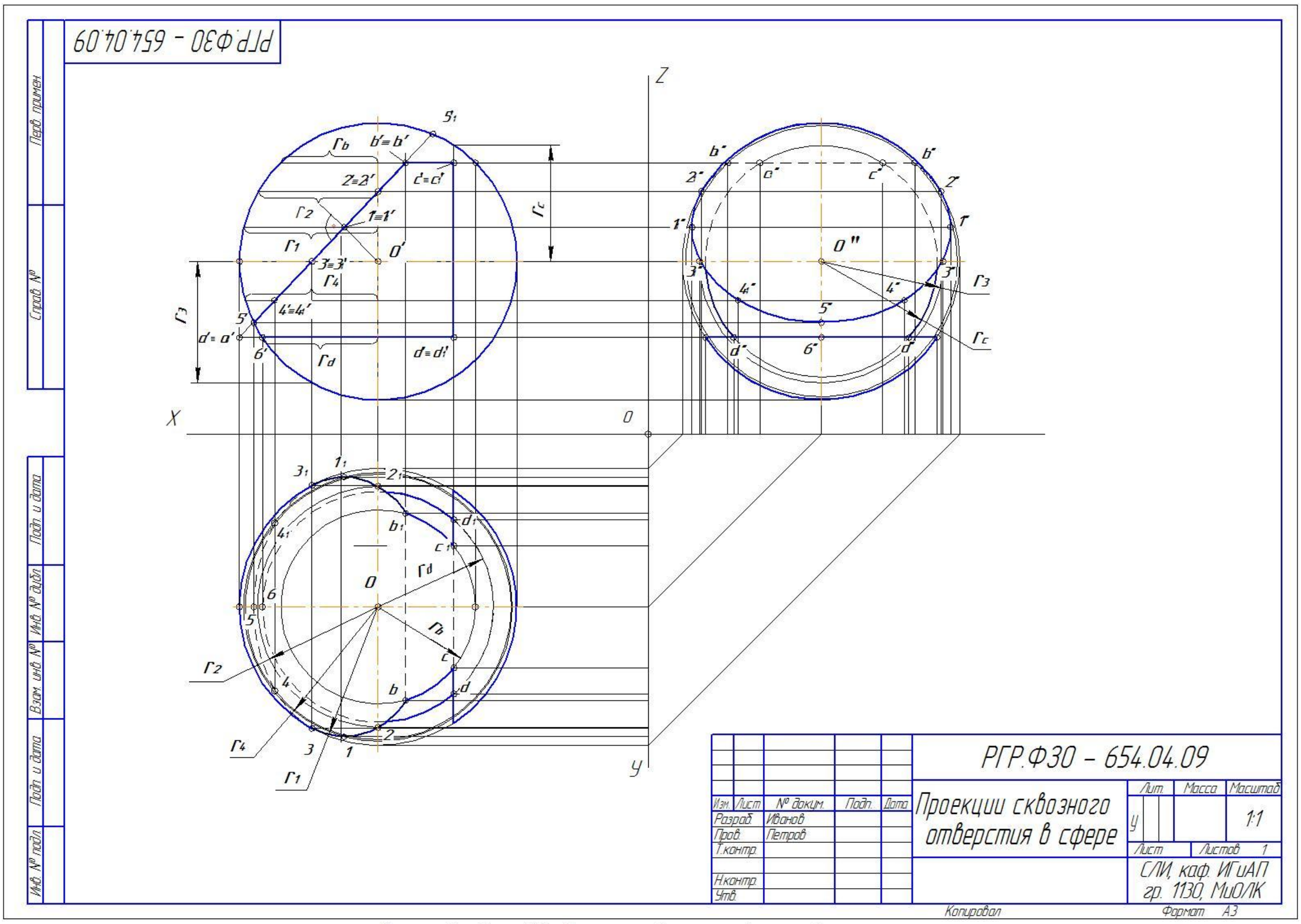


Рисунок 9 – Эпюр № 4. Проекции сквозного отверстия в сфере

1.5 Эпюр 5. Сечение конуса плоскостью общего положения

Пример. Построить проекции линии пересечения прямого кругового конуса вращения плоскостью общего положения. Построить натуральную величину сечения.

Данные для своего варианта приведены в таблице 5.
Пример выполнения эпюра приведен на рисунке 10.

Указания к решению эпюра. На формате А3 намечаются оси координат и из таблицы 5 согласно своему варианту берутся величины (координаты X, Y, Z), которыми задаются поверхность конуса вращения и секущая плоскость. Определяется центр окружности радиусом R основания конуса – точка $S\ (s\ ,s')$. Конус стоит на плоскости H. Высота конуса h численно равна координате Z_S. По координатам точек LGU определяется секущая плоскость.

Решение эпюра. Сечением поверхности геометрического тела плоскостью называется плоская фигура, содержащая точки, принадлежащие и поверхности и секущей плоскости. Принцип построения сечения состоит в определении точек пересечения ребер или образующих данной поверхности с секущей плоскостью.

На рисунке 10 показано построение фигуры сечения прямого кругового конуса плоскостью общего положения, заданной пересекающимся прямыми LG и GU, где LG – горизонталь.

Построение выполнено при помощи способа перемены плоскостей проекций. Введена дополнительная плоскость проекций V_1, выбранная так, чтобы она была перпендикулярна не только к плоскости H, но и к секущей плоскости ($LG \times GU$). Для этого ось X_1 проведена перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали секущей плоскости lg – $X_1 \perp lg$. В таком случае на плоскость V_1 секущая плоскость проецируется в виде линии. Так как секущая плоскость пересекает все образующие конуса, то фигура сечения будет представлять собой эллипс, фронтальная проекция которого совпадает с проекцией секущей плоскости – отрезок $a'_1b'_1$. Отрезок $a'_1b'_1$ является также фронтальной проекцией большой оси эллипса и ее натуральной величиной. Как известно, эллипс строится по двум осям : большой оси и малой оси. Малая ось перпендикулярна большой оси эллипса. Разделив отрезок $a'_1b'_1$ пополам найдем точку, которая представляет собой фронтальную проекцию малой оси эллипса ($c'_1 \equiv d'_1$), а также является проекцией центра эллипса.

Через точку $c'_1 \equiv d'_1$ проведем вспомогательную плоскость $P \parallel H$. Эта плоскость рассечет конус по окружности радиуса r, которая проецируется на плоскость H без искажения. Изобразив ее найдем точки c и d, определяющие истинный размер малой оси эллипса.

Для построения горизонтальной и фронтальной проекции сечения в системах плоскостей $\frac{V_1}{H}$ и $\frac{V}{H}$ наносим ряд образующих конуса. Построение точек, принадлежащих сечению видно из чертежа. Например, образующие $1S$ ($1s$, $1's'$) и $3S$ ($3s$, $3's'$) позволяют определить точки E (e, e') и F (f, f'), которые являются опорными и делят фронтальную проекцию фигуры сечения (эллипс) на видимую и невидимую часть в системе плоскостей $\frac{V}{H}$. На чертеже показано стрелками построение точки В (b, b'), принадлежащей образующей $6S$, и построение точки N(n, n'), принадлежащей образующей $4S$.

Натуральная величина сечения определена методом плоскопараллельного перемещения. Фронтальную проекцию фигуры сечения в системе плоскостей $\frac{V_1}{H}$ располагаем параллельно плоскости H – $a'b'c'd'e'f'm'n' \parallel H$. Следовательно на плоскость H эта фигура спроецируется в натуральную величину.

Таблица 5 – Данные к эпюру №5
Размеры в миллиметрах

№ варианта	x_S	y_S	z_S	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	R
1	78	72	100	10	50	62	46	30	62	82	125	10	45
2	78	72	100	82	125	10	10	50	62	46	30	62	45
3	80	72	100	46	30	62	82	125	10	10	50	62	45
4	80	70	100	10	50	62	82	125	10	46	30	62	45
5	78	70	102	46	30	62	10	50	62	82	125	10	44
6	80	72	98	45	30	60	10	50	60	80	125	8	45
7	80	68	98	46	28	60	10	48	60	80	126	0	45
8	82	68	98	47	28	65	10	50	65	82	126	6	45
9	82	68	98	48	28	65	10	52	65	84	128	6	43
10	82	68	102	49	30	66	12	48	66	84	130	5	44
11	80	66	102	50	30	64	12	46	64	85	128	4	43
12	80	66	102	44	32	60	12	52	60	85	132	5	43
13	80	66	102	44	30	60	15	50	60	86	132	5	42
14	82	65	102	45	30	62	15	48	62	86	130	5	42
15	82	65	100	45	32	62	15	48	62	84	135	0	42
16	84	65	100	45	28	66	10	50	66	84	135	0	43
17	84	64	100	45	30	66	10	52	66	85	136	5	44
18	86	64	100	44	30	65	14	52	65	88	136	4	44
19	86	64	98	44	28	65	14	50	65	88	140	4	44
20	86	64	98	46	26	70	14	50	70	90	140	6	42
21	85	70	95	48	26	68	16	48	68	90	142	8	42
22	85	70	95	45	26	70	16	48	70	88	142	8	46
23	85	70	96	44	28	68	15	46	68	86	138	10	46
24	85	68	96	44	28	66	15	46	66	85	138	19	46
25	85	68	97	40	30	64	16	45	64	85	140	8	46
26	80	70	97	40	25	62	14	48	62	86	125	8	45
27	80	70	102	40	25	60	12	50	60	85	125	0	45

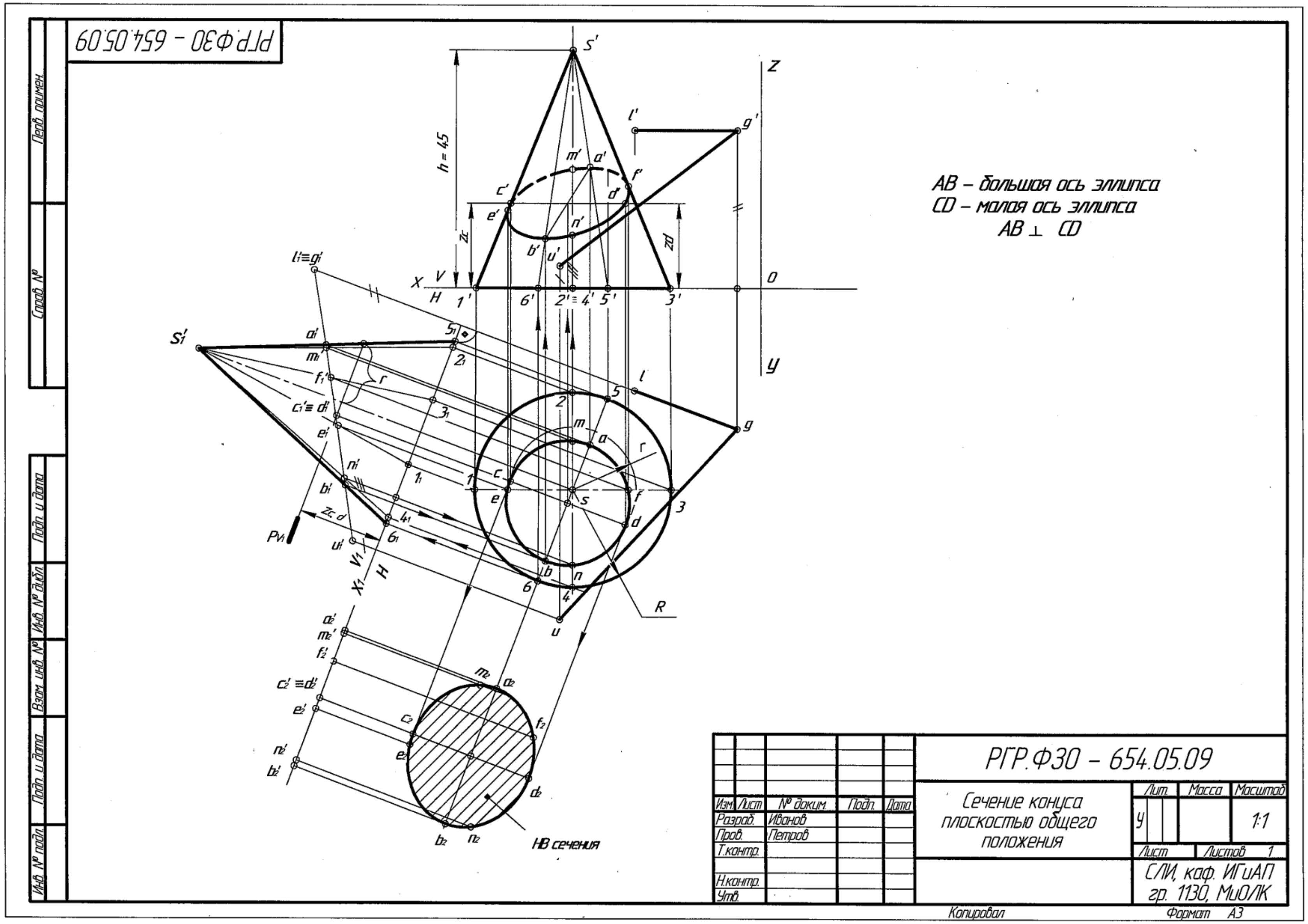


Рисунок 10 — Эпюр №5. Сечение конуса плоскостью общего положния.

1.6 Эпюр 6. Пересечение прямого кругового конуса с цилиндром вращения

Пример. Построить линию пересечения прямого кругового конуса с цилиндром вращения. Построить развертки пересекающихся цилиндра вращения с прямым круговым конусом.

Эпюр выполняют на двух листах чертежной бумаги формата А4 и А3

Лист 1. Построение ортогонального чертежа линии пересечения прямого кругового конуса с цилиндром вращения.

Указания к эпюру. На листе формата А3 намечают оси координат и из таблицы 6 берут согласно своему варианту величины, которыми задаются поверхности прямого кругового конуса и цилиндра вращения.

Определяют центр (точка *S*) окружности диаметра *D*, основания прямого кругового конуса в горизонтальной плоскости проекций. Строят фронтальную проекцию конуса, высота *h* которого численно равна координате Z_S.

Осью цилиндра вращения является фронтально проецирующая прямая , которая проходит через точку *T* (t,t'), основаниями цилиндра являются окружности диаметром D_1. Образующие цилиндра имеют длину равную $1{,}5D_1$ и делятся пополам следом главной меридиональной плоскости прямого кругового конуса – линия I –*V*.

Решение эпюра.

Анализ расположения заданных геометрических фигур относительно друг друга и плоскостей проекций:

– оси поверхностей вращения – взаимно перпендикулярные скрещивающиеся прямые;

– цилиндрическая поверхность является проецирующей по отношению к фронтальной плоскости проекций;

– линия взаимного пересечения поверхностей представляет собой пространственную кривую, точки которой принадлежат обеим поверхностям;

– так как цилиндрическая поверхность является фронтально проецирующей, очевидно, что с фронтальной проекцией цилиндра – окружностью, расположенной внутри контура треугольника, совпадает фронтальная проекция взаимного пересечения заданных поверхностей;

– контур треугольника является проекцией главного меридиана прямого кругового конуса.

Для построения горизонтальной проекции кривой пересечения конуса с цилиндром на ее фронтальной проекции выделяют положения проекций опорных и нескольких произвольных точек.

На фронтальной плоскости проекций отмечают прежде всего положения точек e' и f' пересечения фронтальной проекции цилиндра с главным меридианом конуса. Эти точки относятся к числу опорных. Из них: точка e' является фронтальной проекций самой высокой, а точка f' – самой правой точек кривой пересечения фигур. Точки a' и a_1' являются проекциями самых низших точек кривой пересечения. Точки c' и c_1' являются проекциями точек видимости горизонтальной проекции кривой пересечения. Точки b', b_1', d' и d_1' являются проекциями произвольных точек кривой. Их положение на чертеже выбрано для удобства на оси вращения конуса.

Таким образом фронтальная проекция линии пересечения $e'd'c'b'a'f'a'_1b'_1c'_1d'_1e'$ совпадает с фронтальной проекцией цилиндра вращения, т. к. он является проецирующей поверхностью.

Дальнейшее графическое решение задачи сводится к построению горизонтальных проекций отмеченных точек кривой пересечения заданных геометрических фигур.

Так как цилиндрическая поверхность является фронтально-проецирующей, то построение горизонтальных проекций точек кривой пересечения возможно лишь на основании принадлежности их боковой поверхности конуса. Поэтому построение горизонтальных проекций отмеченных точек кривой выполняют с помощью параллелей прямого кругового конуса.

Для этого на фронтальной плоскости проекций внутри контура треугольника – главного меридиана прямого конуса вращения – через соответствующие фронтальные проекции точек кривой проводят параллели. Отмечают точки пересечения этих прямых с одной из сторон главного меридиана конуса l_E, l_D, l_C,l_B, l_F.

Через эти точки проводят линии связи до пересечения с горизонтальным следом главной меридиональной плоскости конуса – линией I – V. Раствором циркуля, равным расстоянию от этих точек до горизонтальной проекции оси вращения конуса, проводят окружности радиусами *Rb, Rd, Rc* – горизонтальные проекции параллелей соответствующих точек кривой пересечения. И, наконец, через фронтальную проекцию выбранной точки кривой пересечения $b'b'_1$, $c'c'_1$, d'_1 проводят линию связи и отмечают точки пересечения ее с горизонтальной проекцией параллелей. Получают горизонтальные проекции точек bb_1, cc_1, dd_1 линии пересечения. Построение точек aa_1, e, f видно из чертежа.

Соединив с помощью лекала плавной кривой горизонтальные проекции точек e, d, c, b, a, f, a_1, b_1, c_1, d_1, e, получим горизонтальную проекцию кривой пересечения прямого кругового конуса с цилиндром вращения. При этом видимые проекции точек кривой пересечения соединяют сплошной толстой линией, а невидимые – штриховой линией. В точках cc_1 видимость меняется. После построения горизонтальной проекции кривой взаимного пересечения поверхностей вращения производят окончательную обводку линий чертежа карандашом. Тонкие сплошные линии вспомогательных построений, линии связи на чертеже следует сохранить.

Все цифровые и буквенные обозначения следует выполнить чертежным шрифтом.

Лист 2. Построение развертки прямого кругового конуса и цилиндра вращения с нанесением на них линии пересечения.

Развертка цилиндра. Разверткой боковой поверхности цилиндра вращения является прямоугольник длиной $L_1 = \pi D_1$ и высотой $1{,}5D_1$, где L_1 – длина окружности основания, D_1 – диаметр основания. Для получения полной развертки цилиндра в любом месте добавляют верхнее и нижнее основание – круг диаметром D_1. Проводим центральную линию $N – N$, которая делит высоту боковой поверхности пополам.

Для того, чтобы нанести на боковую поверхность цилиндра линию пересечения цилиндра с конусом, поступают следующим образом:

– делят на 8 равных частей основание цилиндра на фронтальной проекции ортогонального чертежа – точки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;

– также на 8 равных частей делят длину окружности L на развертке – точки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;

– в точках деления на развертке проводим соответствующие образующие и откладываем длину цилиндра $1{,}5D_1$;

– если точки, принадлежащие линии пересечения находятся на отмеченных образующих цилиндра – точки A, A_1, B, B_1, C, C_1, D, D_1, то их наносят от центральной линии $N – N$ вверх и вниз. Размеры по длине берут с горизонтальной плоскости проекций , т.к. образующие цилиндра именно здесь имеют натуральную величину. Например, точки A и A_1 находятся на образующей 5, размеры по длине отмечены ∗;

– точку E наносим следующим образом: точка E находится между образующими 8 и 1. С помощью циркуля берем расстояние от точки 1 до точки e' на фронтальной плоскости проекций и переносим это расстояние на развертку от точки 1 в сторону точки 8. Проводим дополнительную образующую и на ней отмечаем точку E. Также строится точка F.

Развертка конуса. Разверткой боковой поверхности прямого кругового конуса является сектор радиуса L с центральным углом $\alpha = 360°\frac{R}{L}$, где L – натуральная величина образующей конуса L – HB S – I, R – радиус окружности основания конуса $R = \frac{D}{2}$.

Для получения полной развертки конуса в любом месте к боковой поверхности добавляют основание конуса – круг диаметром D.

Для того, чтобы нанести на боковую поверхность конуса линию пересечения конуса с цилиндром, поступают следующим образом:

– делят на 8 равных частей основание конуса на горизонтальной плоскости проекции ортогонального чертежа – точки I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII;

– также на 8 равных частей делят дугу окружности развертки боковой поверхности конуса – точки I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII;

– через полученные точки проводим образующие SI, SII, SIII и т. д., а также образующие, проведенные через точки линии пересечения SC, SC_1, SA и SA_1, например, образующая SC находится между образующими SII и SIII;

– проводим на развертке конуса параллели конуса, соответствующие выбранным точкам AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, E,F на линии пересечения. Радиусы параллелей RSl_E, RSl_D, RSl_C, RSl_B, RSl_F берут с фронтальной проекции ортогонального чертежа, с левой стороны главного меридиана конуса, т.к. здесь они имеют натуральную величину;

– на пересечении параллелей и соответствующих образующих отмечаем точки принадлежащие линии пересечения AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, E, F;

– соединив в определенной последовательности точки с помощью лекала, получают на развертке боковой поверхности кривую пересечения цилиндра вращения с прямым круговым конусом. Сплошные тонкие линии вспомогательных построений необходимо сохранить.

Таблица 6 – Данные к эпюру №6.
Размеры в миллиметрах.

№ варианта	X_P	X_S	$У_S$	Z_S	D	$У_P$	Z_P	D_1
1	50	80	70	100	90	70	32	70
2	50	80	70	100	90	70	32	60
3	53	80	70	100	90	72	32	64
4	60	80	72	100	90	72	35	70
5	50	70	72	102	88	70	32	64
6	65	75	70	98	90	70	35	70
7	70	75	70	98	90	70	35	70
8	75	75	70	98	90	72	35	70
9	80	75	72	98	86	72	35	70
10	50	75	72	102	88	75	35	70
11	85	80	75	102	86	75	36	72
12	85	80	75	102	86	75	40	70
13	80	80	75	102	84	75	40	70
14	80	80	70	102	84	70	40	64
15	75	80	70	100	84	70	40	64
16	75	70	72	100	86	72	42	64
17	70	70	72	100	88	72	40	64
18	70	70	74	100	88	74	36	64
19	68	70	74	98	88	74	32	68
20	68	75	70	98	84	70	32	70
21	66	75	72	95	84	72	35	70
22	66	75	75	95	92	75	38	64
23	64	80	74	96	92	75	36	64
24	64	80	75	96	92	75	34	68
25	62	80	70	97	92	70	38	64
26	62	80	70	97	90	70	38	68
27	60	80	70	102	90	70	34	68

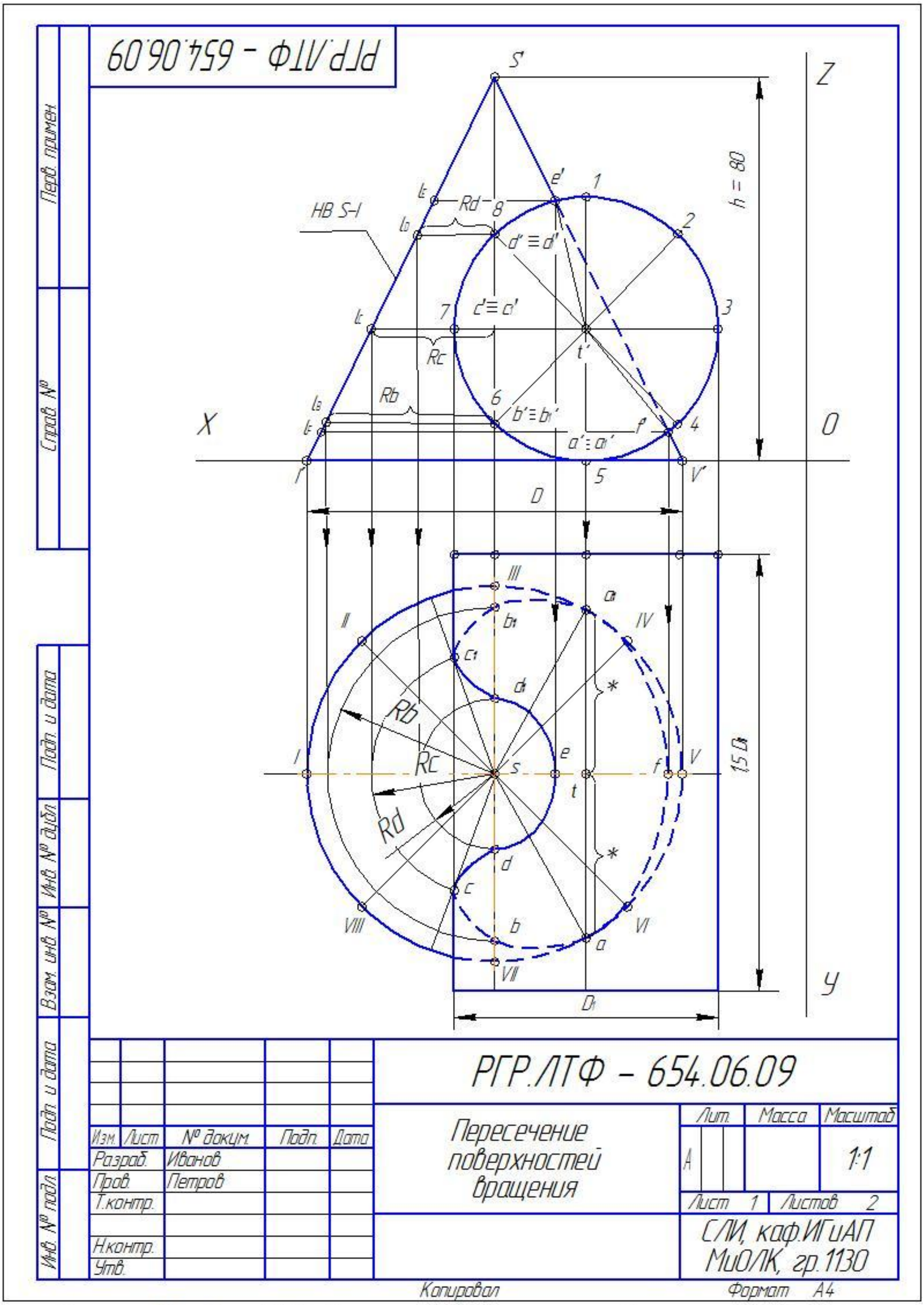


Рисунок 11 – Эпюр № 6. Пересечение прямого кругового конуса с цилиндром вращения (ортогональный чертеж). Лист 1

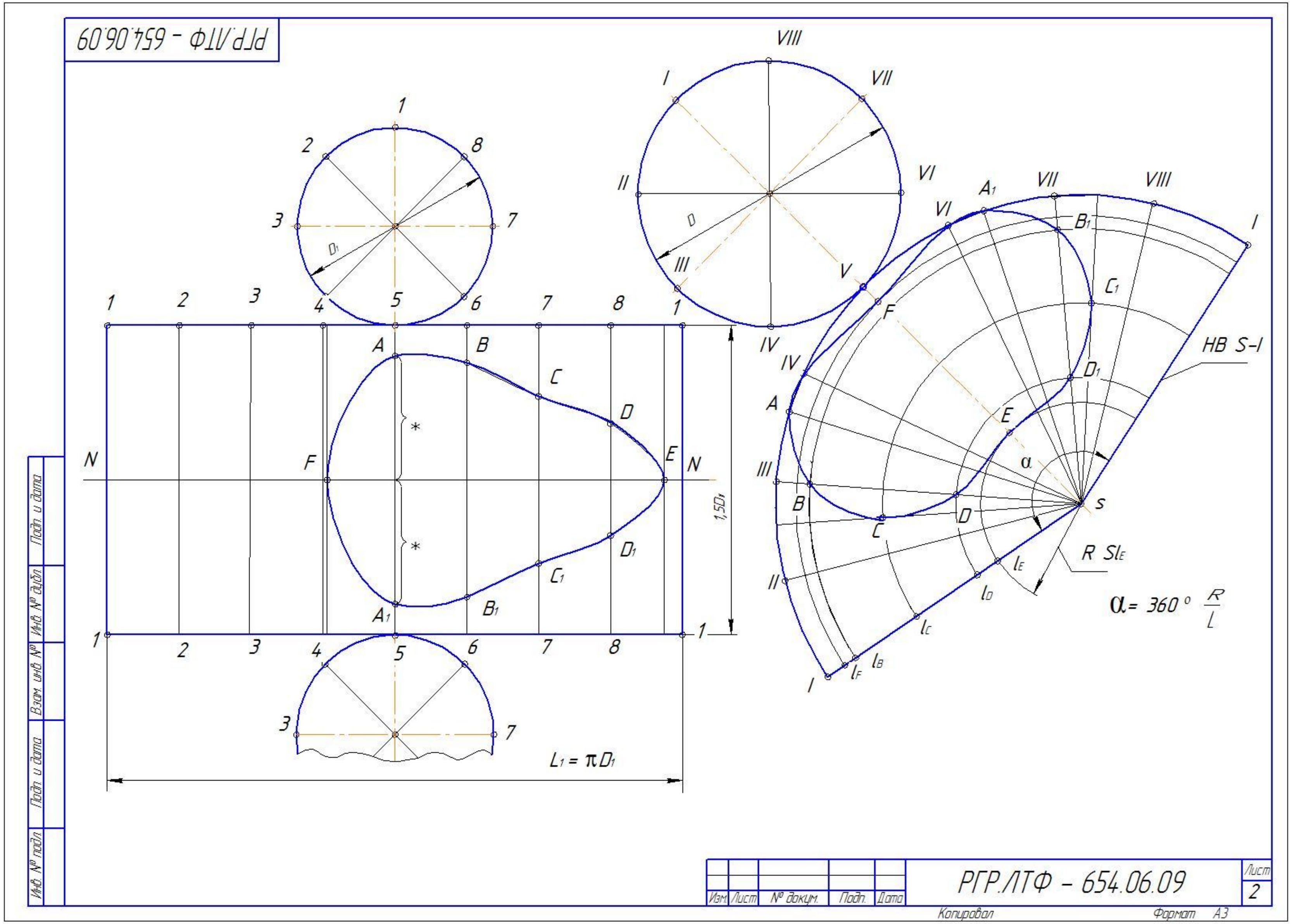


Рисунок 12 – Развертка прямого кругового конуса и цилиндра вращения

Раздел 2. Методические указания по решению задач и контрольные задания

2.1 Тема 1 Проецирование точки

Проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости проекции. Эпюр точки

Аппарат проецирования:
V – верхняя полуплоскость фронтальной плоскости проекции;
H – передняя полуплоскость горизонтальной плоскости проекции;
W – передняя полуплоскость профильной плоскости проекции;
$V \perp H \perp W$;
$V \cap H \rightarrow X$ – ось абсцисс, $H \cap W \rightarrow Y$ – ось ординат, $V \cap W \rightarrow Z$ – ось аппликат.
Точка O – начало координат.

Точка A – объект проецирования. Для построения проекции точки A на плоскость H проведем через точку проецирующий луч Aa, перпендикулярный этой плоскости. Точка a пересечения этого луча с плоскостью H будет искомой горизонтальной проекцией точки A, a' – фронтальная проекция точки A, a'' – профильная проекция точки A (рисунок 1.1).

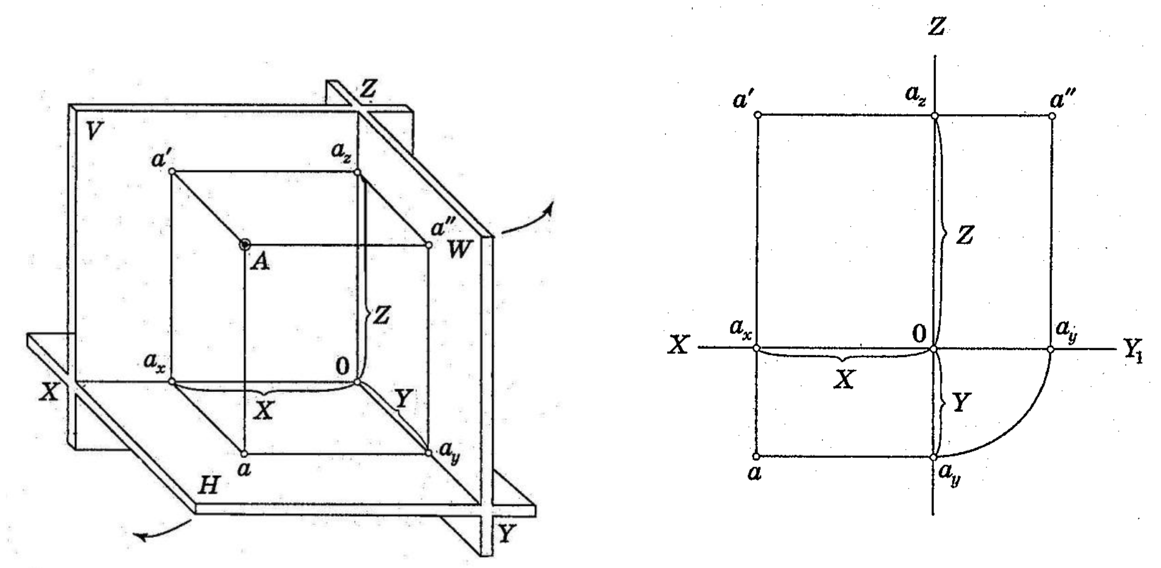


Рисунок 1.1 – Наглядное изображение точки в I октанте (четверти) и эпюр точки

Комплексный чертеж (эпюр) точки, расположенной в I октанте (четверти), получим, если совместим плоскости H и W с плоскостью V, вращая плоскость H

вокруг оси *X*, а плоскость *W* вокруг оси *Z* (рисунок 1.1). Линии *a'a*, *a'a"* называются *линиями связи*.

Координата *X* – абсцисса – показывает удаление точки *A* от плоскости *W*;
координата *Y* – ордината – показывает удаление точки *A* от плоскости *V*;
координата *Z* – аппликата – показывает удаление точки *A* от плоскости *H*;
координаты проекций точки *A*: *a*(*X*, *Y*); *a'*(*X*, *Z*); *a"*(*Z*, *Y*).

Из вышесказанного следует, что любые две проекции однозначно определяют положение точки в пространстве.

<u>Три правила проецирования</u>

1) Фронтальная и горизонтальная проекции точки всегда лежат на одной линии связи *a'a* ⊥ оси *X*.

2) Фронтальная и профильная проекции точки всегда лежат на одной линии связи *a'a"* ⊥ оси *Z*.

3) Профильная проекция точки находится справа от оси *Z*, если координата *Y* положительная, и слева от оси *Z*, если координата *Y* отрицательная.

Три взаимно перпендикулярные плоскости делят пространство на 8 частей (октантов). Точки могут располагаться во всех восьми октантах. Наблюдатель находится в I октанте (рисунки 1.2, 1.3).

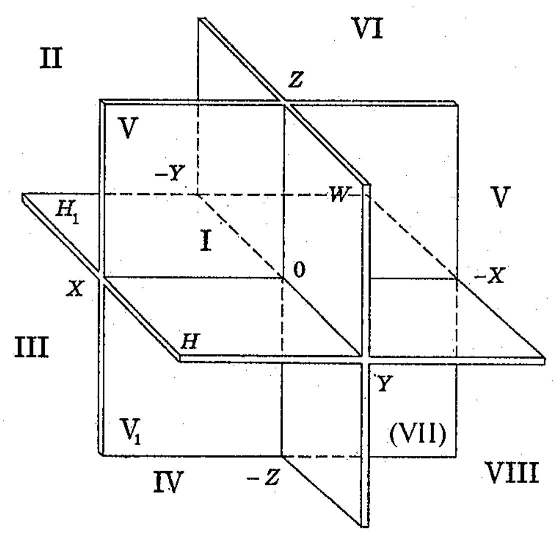


Рисунок 1.2 – Наглядное изображение октантов пространства

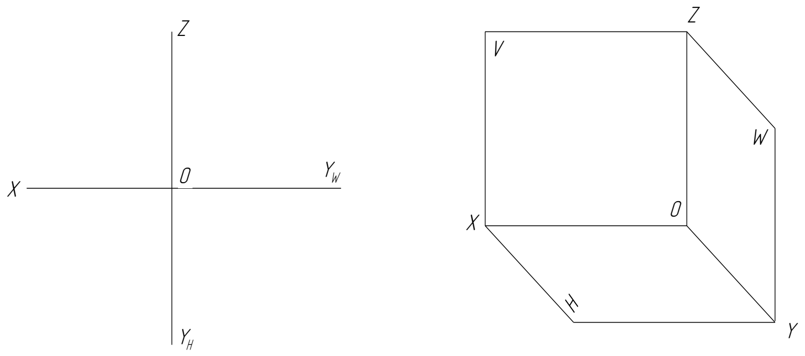
Октант	Знаки координат		
	X	*Y*	*Z*
I	+	+	+
II	+	–	+
III	+	–	–
IV	+	+	–
V	–	+	+
VI	–	–	+
VII	–	–	–
VIII	–	+	–

Рисунок 1.3 – Знаки координат в октантах пространства

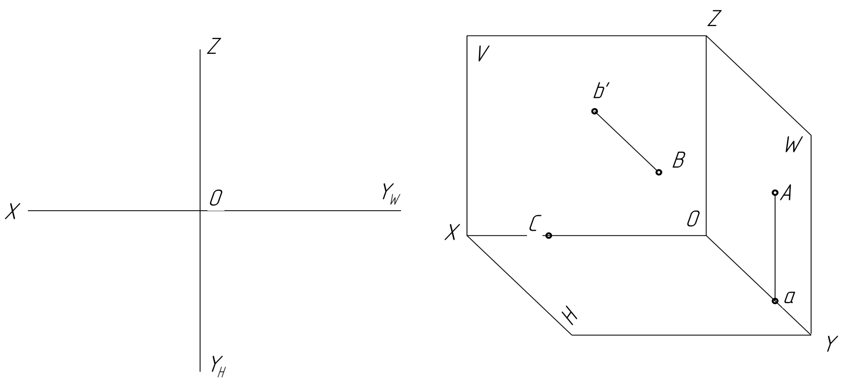
Задачи по теме 1 – Проецирование точки

1.1. Построить эпюр и наглядное изображение точек *A* (25, 20, 5), *B* (15, 0, 25), *C* (0, 25, 10).

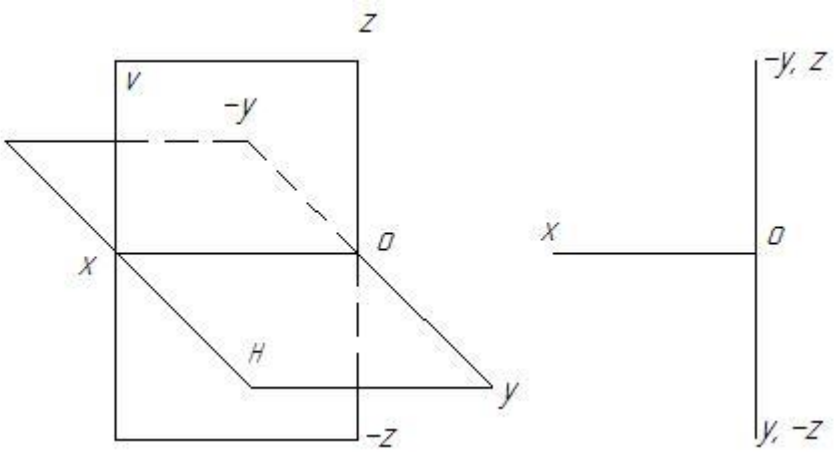
Примечание: при построении наглядного изображения точек координату *Y* следует уменьшить вдвое.



1.2 Достроить наглядное изображение и построить эпюр точек *A*, *B* и *C*. Записать их координаты.



1.3 Построить наглядное изображение, горизонтальные и фронтальные проекции точек *A*(5; – 20; 10), *B*(10; – 10; – 20), *C*(20; 0; – 30), *D*(30; 30; – 40), *E*(40; 0; 0).



2.2 Тема 2. Проецирование прямой

Прямая линия представляет собой линию (множество точек), вдоль которой расстояние между двумя ее точками является кратчайшим.

Прямые, по отношению к плоскостям проекций, делятся на прямые общего и частного положения.

2.2.1 Прямые общего положения

Прямой общего положения (рисунок 2.1) называют прямую, непараллельную ни одной из плоскостей проекций.

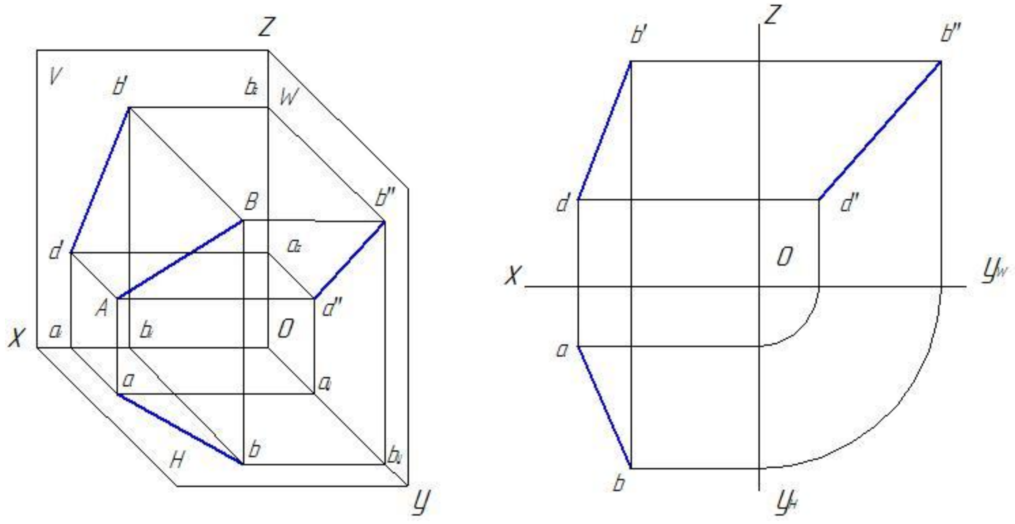


Рисунок 2.1 – Наглядное изображение прямой *AB* и построение ее проекций на эпюре

При ортогональном проецировании на плоскость *H* прямая *AB* проецируется в прямую *ab*, на плоскость *V* в прямую *a′b′* и на плоскость *W* в прямую *a″b″*. Особенности проекций:

– все проекции наклонены ко всем осям проекций ;

– любая из проекций меньше самого отрезка: $a\ b < AB$; $a'b' < AB$; $a''b'' < AB$.

2.2.2 Проекции отрезка прямой частного положения. Истинная длина и углы наклона его к плоскостям проекции

К прямым частного положения относятся:

1) прямые, параллельные одной плоскости проекции (прямые уровня);

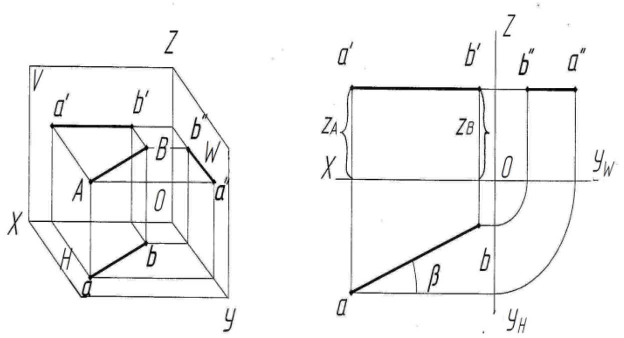
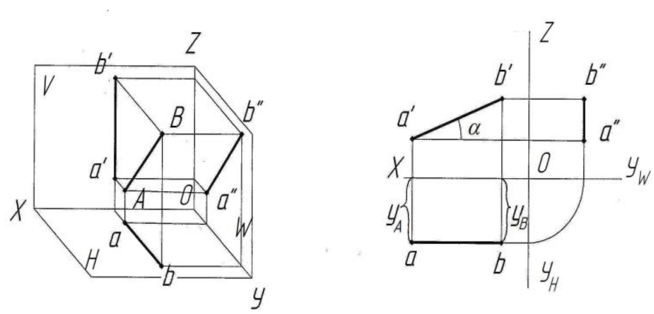
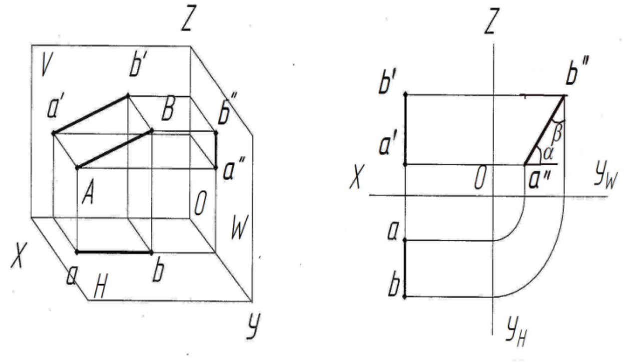
Наименование прямой	Наглядное изображение и эпюр	Эпюрные принципы прямой
Горизонтальная (горизонталь) $AB \parallel H$		$a'b' \parallel OX$, $a''b'' \parallel OY_W$ $ab = AB$; $\angle\beta$ – угол наклона AB к V
Фронтальная (фронталь) $AB \parallel V$		$ab \parallel OX$, $a''b'' \parallel OZ$, $a'b' = AB$; $\angle\alpha$ – *угол* наклона AB *к* H
Профильная $AB \parallel W$		$ab \parallel OY_H$, $a'b' \parallel OZ$ $a''b'' = AB$ $\angle\alpha$ – угол наклона AB к H $\angle\beta$ – угол наклона AB к V

Рисунок 2.2 – Прямые параллельные одной плоскости проекции

2) прямые, перпендикулярные одной плоскости проекций и параллельные двум другим плоскостям проекций (прямые проецирующие) (рисунок 2.3)

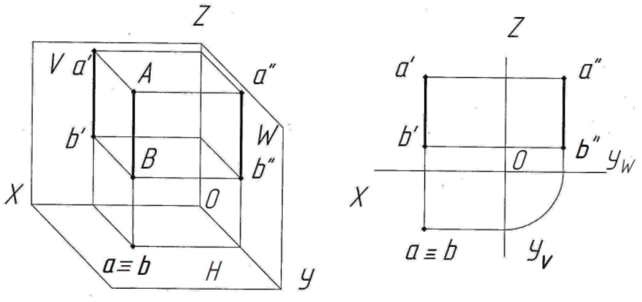
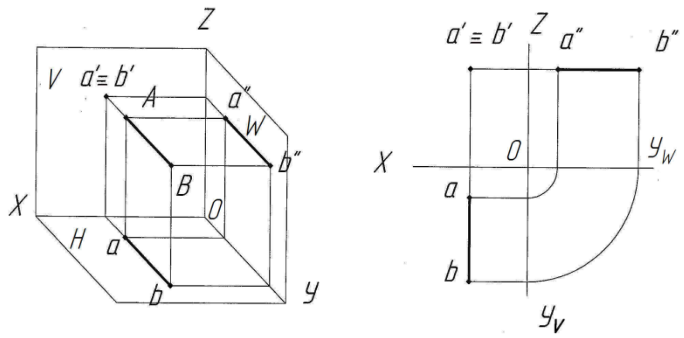
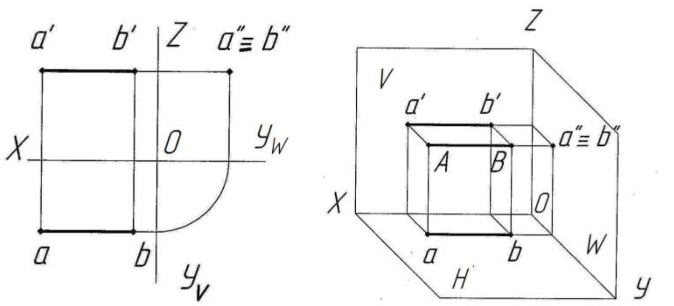
Наименование прямой	Наглядное изображение и эпюр	Эпюрные принципы прямой
Горизонтально проецирующая $AB \perp H$		$a \equiv b$ – точка, $a'b' \parallel OZ$ и $\perp OX$ $a''b'' \parallel OZ$ и $\perp OY_W$ $a'b' = a''b'' = AB$
Фронтально проецирующая $AB \perp V$		$a' \equiv b'$ – точка $ab \parallel OY_H$ и $\perp OX$, $a'' \parallel OY_W \perp OZ$, $ab = a''b'' = AB$
Профильно проецирующее $AB \perp W$		$a'' \equiv b''$ – точка $ab \parallel OX$ и $\perp OY_H$, $a'b' \parallel OX$ и $\perp OZ$, $ab = a'b' = AB$

Рисунок 2.3 – Прямые перпендикулярные плоскости проекций

2.2.3 Следы прямой линии общего положения

Прямая линия общего положения – линия, не параллельная и не перпендикулярная плоскостям проекций H, V, W (рисунок 2.4).

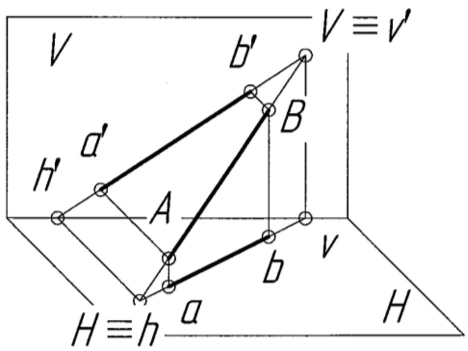


Рисунок 2.4 – Наглядное изображение прямой линии AB общего положения и ее следов

V – фронтальный след прямой,
v' – фронтальная проекция фронтального следа,
v – горизонтальная проекция фронтального следа,
H – горизонтальный след прямой,
h – горизонтальная проекция горизонтального следа,
h' – фронтальная проекция горизонтального следа,
$a'b'$ – фронтальная проекция линии AB,
ab – горизонтальная проекция линии AB.

Чтобы найти фронтальный след V прямой AB, необходимо продлить горизонтальную проекцию прямой ab до пересечения с осью X, получим точку v – горизонтальную проекцию фронтального следа, затем восстановить перпендикуляр до пересечения его с фронтальной проекцией прямой $a'b'$ или с ее продолжением, получим точку v' – фронтальную проекцию фронтального следа, которая совпадает с фронтальным следом V.

Чтобы найти горизонтальный след H прямой AB, необходимо продлить фронтальную проекцию прямой $a'b'$ до пересечения с осью X, получим точку h' – фронтальную проекцию горизонтального следа, затем восстановить перпендикуляр до пересечения его с горизонтальной проекцией прямой ab или с ее продолжением, получим точку h – горизонтальную проекцию горизонтального следа, которая совпадает с горизонтальным следом H.

На эпюре необходимо определить четверти пространства, которым принадлежит прямая AB, это видно из рисунка 2.5.

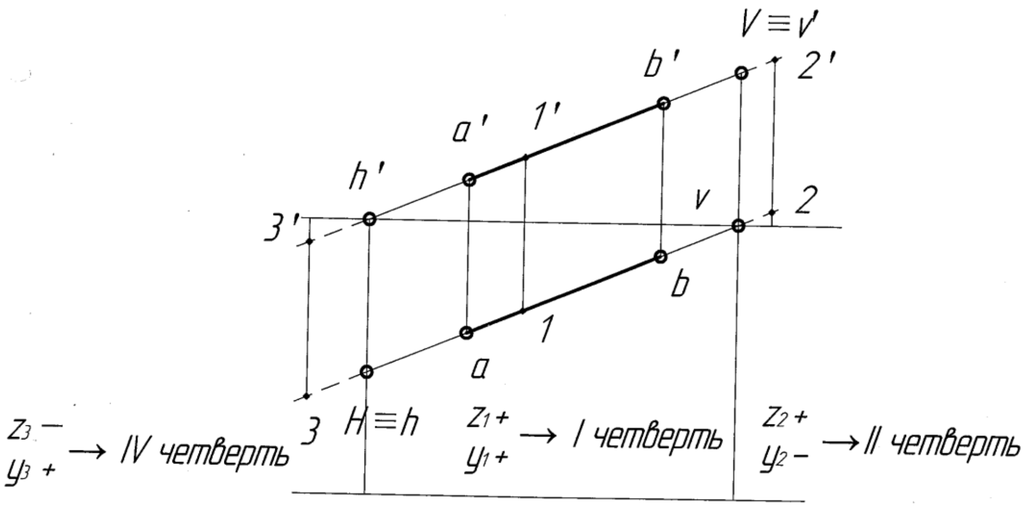
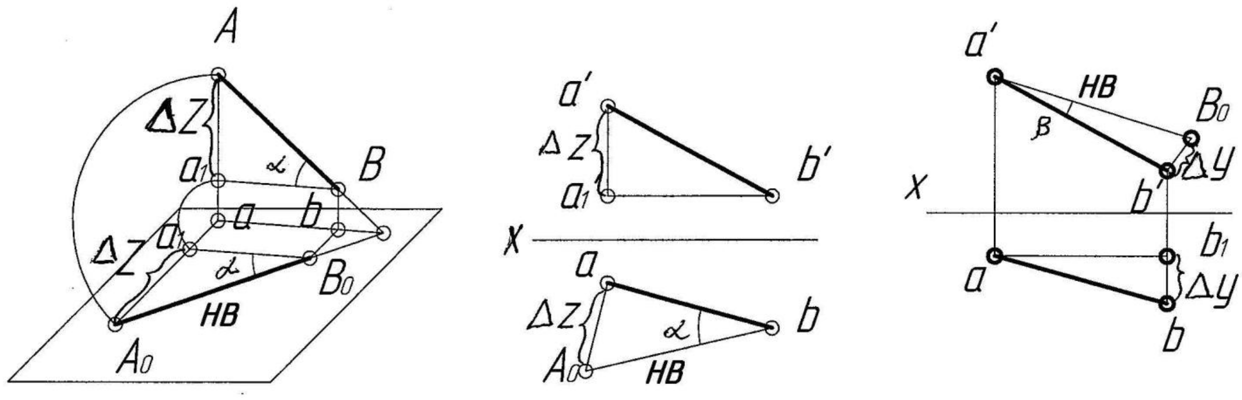


Рисунок 2.5 – Эпюр прямой линии общего положения *AB* и ее следов

2.2.4 Определение натуральной величины прямой общего положения и углов ее наклона к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника

Натуральная величина прямой определяется по ортогональным проекциям (рисунок 2.6).



α – угол наклона прямой *AB* к горизонтальной плоскости проекций; β – угол наклона прямой *AB* к фронтальной плоскости проекций.
Рисунок 2.6 – Наглядное изображение и эпюр построения натуральной величины прямой общего положения и углов ее наклона к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника

2.2.5 Взаимное положение двух прямых

Взаимное положение двух прямых может быть следующим:

– пересекающиеся прямые – это прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие одну общую точку. Эпюрный признак пересекающихся прямых – проекции точек пересечения лежат на одной линии связи (рисунок 2.7);

– параллельные прямые – это прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек. Эпюрный признак параллельных прямых – одноименные проекции прямых взаимно параллельны (рисунок 2.8). Исключение составляют прямые частного положения;

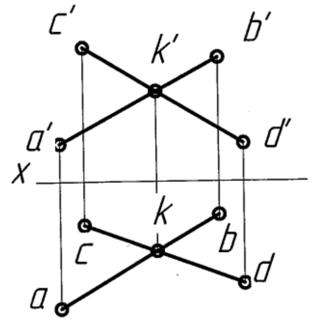


Рисунок 2.7 – Эпюр пересекающихся прямых

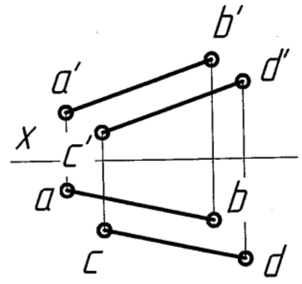


Рисунок 2.8 – Эпюр параллельных прямых

– скрещивающиеся прямые – это прямые, которые лежат в разных плоскостях и общих точек не имеют (рисунок 2.9). Эпюрный признак скрещивающихся прямых – точки пересечения одноименных пар проекций этих прямых не лежат на общей линии проекционной связи (рисунок 2.10). Такие точки называются *конкурирующими*. С помощью конкурирующих точек определяется видимость обьекта на эпюре.

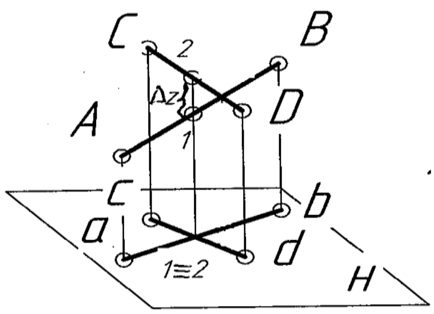


Рисунок 2.9 – Нагладное изображение скрещивающихся прямых

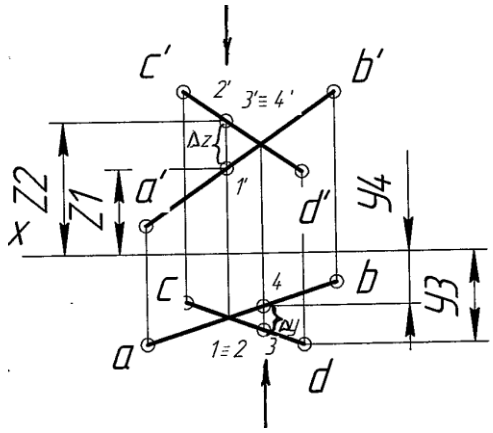


Рисунок 2.10 – Эпюр скрещивающихся прямых и определение видимости с помощью конкурирующих точек

2.2.6 Проекции прямого угла

Положения взаимно перпендикулярных прямых изображены на рисунке 2.11.

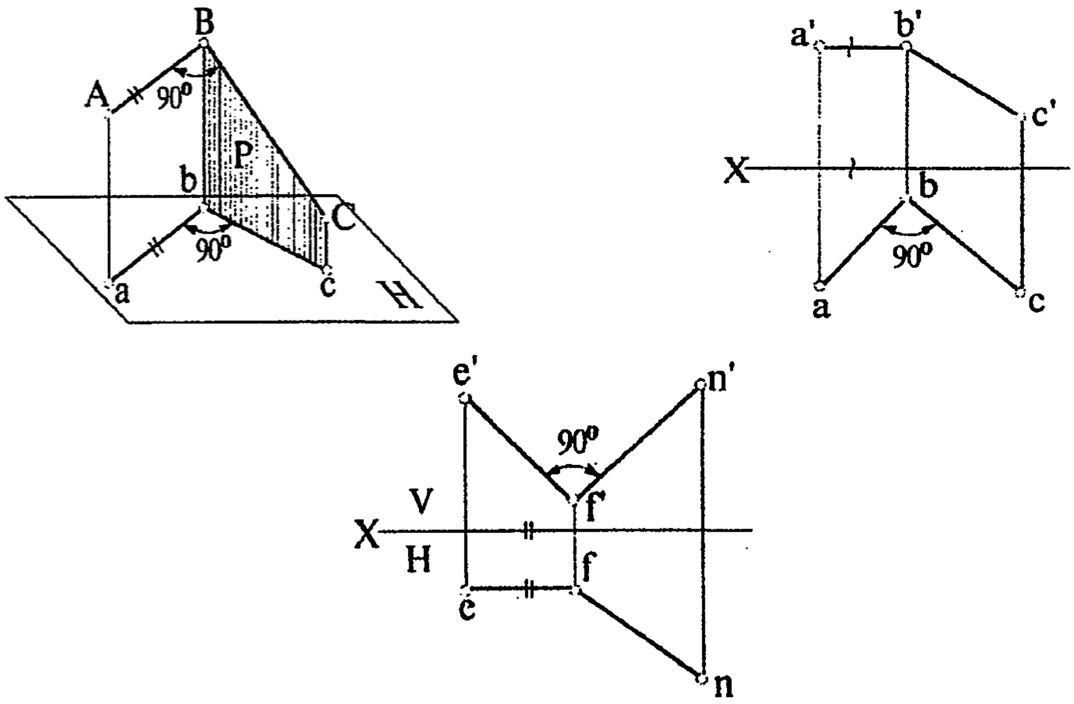


Рисунок 2.11 – Взаимно перпендикулярные прямые

Если одна из сторон прямого угла параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость прямой угол проецируется без искажения.

Дано: $\angle ABC = 90°$; $AB \parallel H$, следовательно, $\angle\ abc = 90°$ и $ab \perp bc$;

$\angle EFN = 90°$; $EF \parallel V$, следовательно, $\angle e'f'n' = 90°$ и $e'f' \perp f'n'$.

2.2.7 Принадлежность точки прямой

Точка принадлежит прямой, если она принадлежит одноименным проекциям этой прямой (рисунок 2.12).

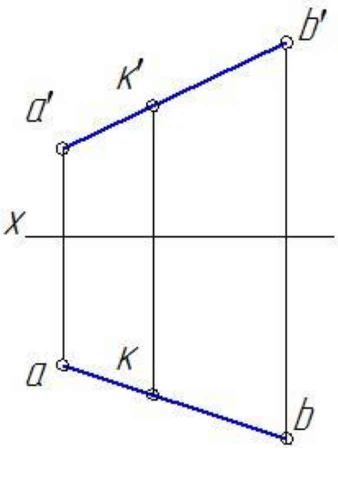
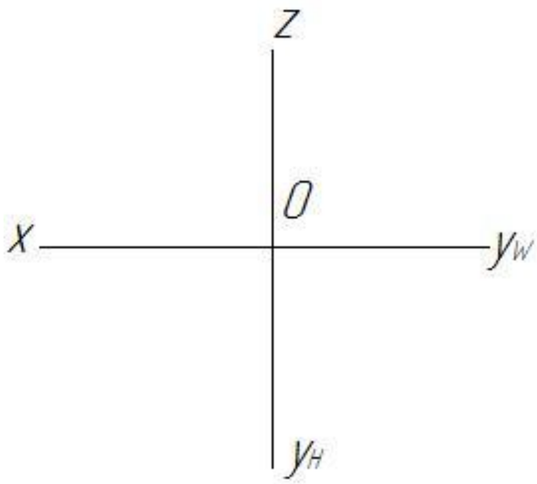


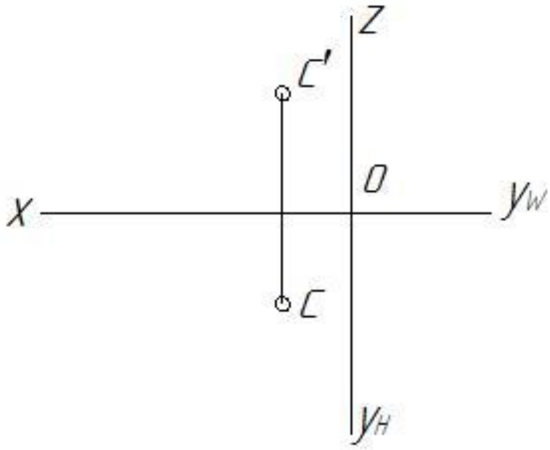
Рисунок 2.12 – Принадлежность точки прямой

На рисунке 2.12 видим , что для решения вопроса о принадлежности точки прямой достаточно двух проекций. В случае профильной прямой необходимо, чтобы и профильная проекция точки лежала на профильной проекции прямой.

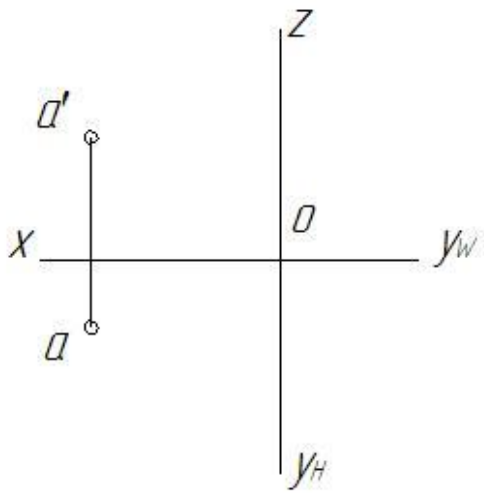
Задачи по теме 2. Проецирование прямой линии



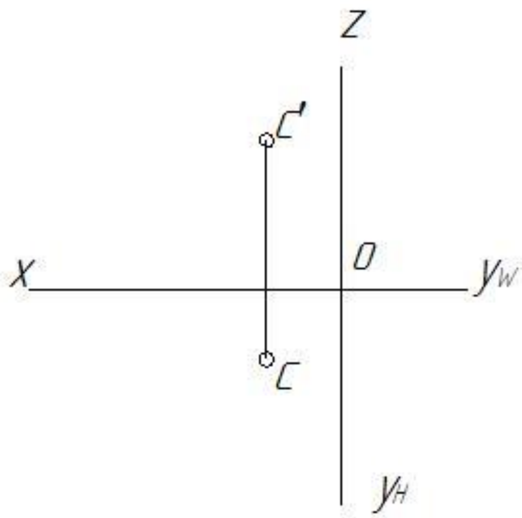
2.1 Построить проекции отрезка прямой по заданным координатам его точек A(5; 5; 40), B(40; 35; 5), разделить отрезок в отношении 3:4



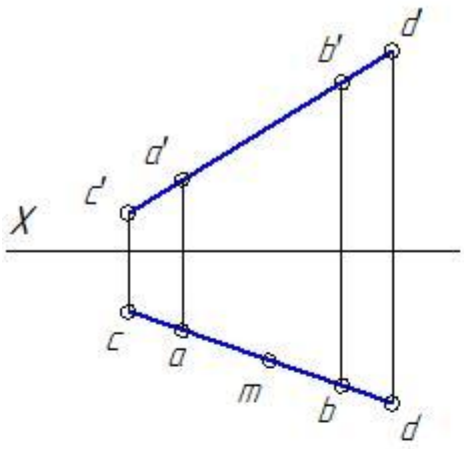
2.2 Через точку C провести фронтальную прямую под углом 30° к W и отложить на ней отрезок CD = 30 мм



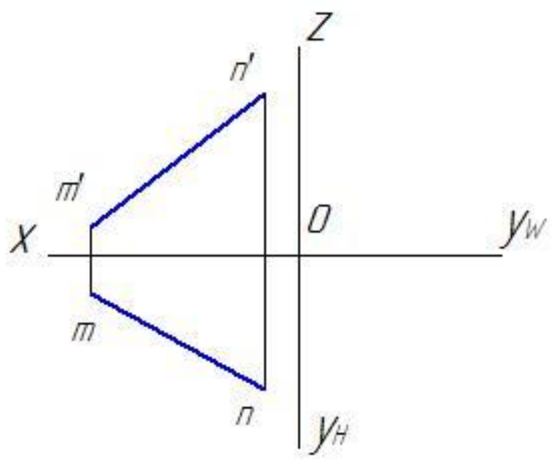
2.3 Через точку A провести горизонталь под углом 60° к W так, чтобы точка этой прямой B лежала на плоскости W.



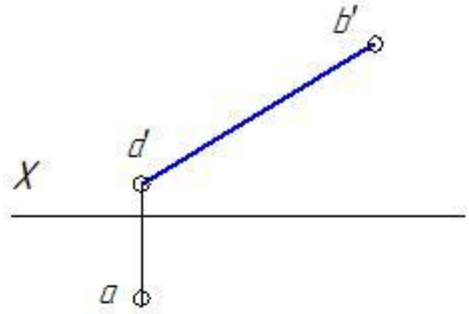
2.4 Через точку C провести профильную прямую под углом 30° к V и пересекающую плоскость H.



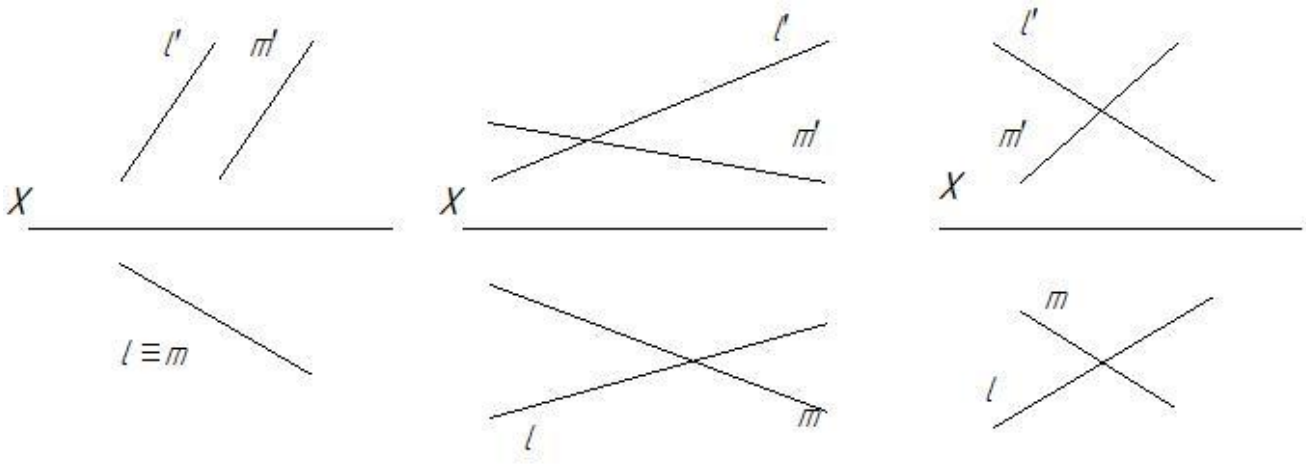
2.5 Проверить принадлежность точкек A и B прямой CD и построить недостающую проекцию точки M, принадлежащей CD.



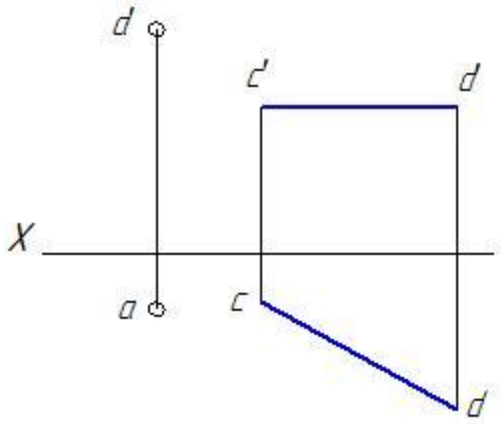
2.6 Определить натуральную величину и углы наклона к плоскости проекций отрезка прямой MN.



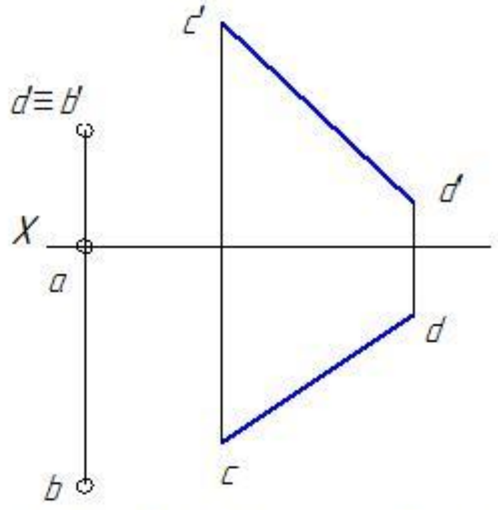
2.7 Дана фронтальная проекция отрезка АВ игоризонтальная проекция точки А. Построить горизонтальную проекцию АВ, если его длина равна 50 мм.



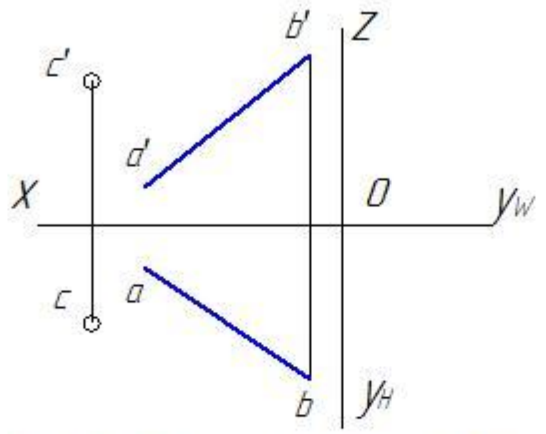
2.8 Указать взаимное положение прямых.



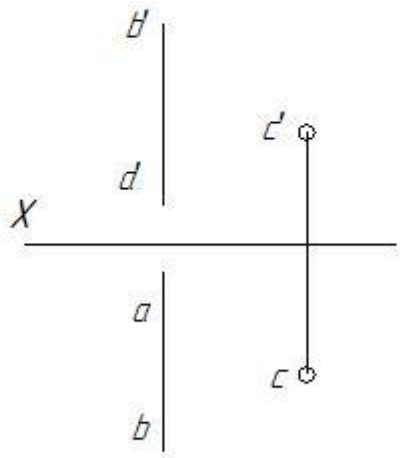
2.9 Через точку A провести отрезок прямой длиной 30 мм, параллельной данной прямой CD.



2.10 Провести прямую EF, параллельную оси OX и пересекающую AB и CD.



2.11 Через точку C провести прямую, пересекающую отрезок AB и ось OY



2.12 Через точку C провести прямую, параллельную AB.

2.3 Тема 3. Проецирование плоскости

Плоскостью называется такая поверхность, с которой совпадает всякая прямая, имеющая с ней две общие точки.

2.3.1 Способы задания плоскостей

Плоскость принято изображать геометрическими элементами, лежащими в плоскости и определяющими ее, например:

1) тремя точками, не лежащими на одной прямой (рисунок 3.1);
2) прямой и точкой, не лежащей на этой прямой (рисунок 3.1);
3) двумя пересекающимися прямыми (рисунок 3.1);
4) двумя параллельными прямыми (рисунок 3.2);
5) плоской фигурой (рисунок 3.2);
6) следами (рисунок 3.3).

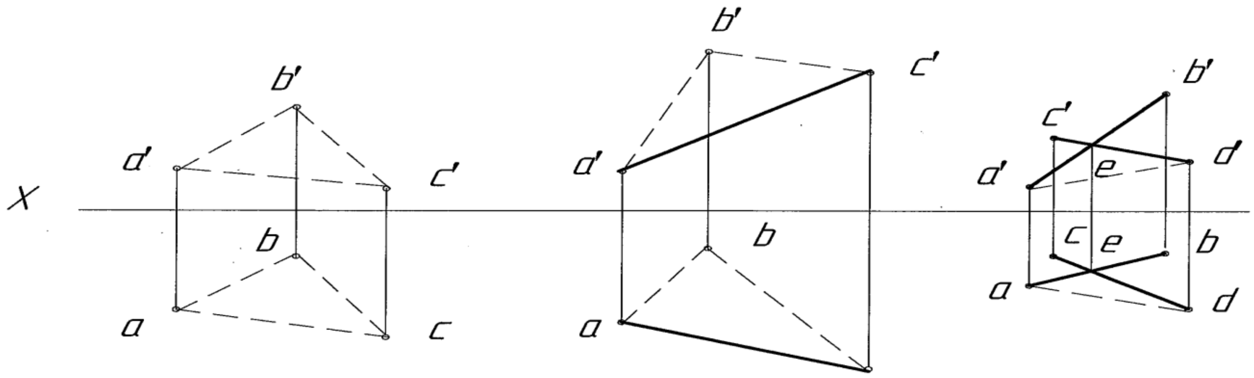


Рисунок 3.1 – Задание плоскости тремя точками, не лежащими на одной прямой; прямой и точкой, не лежащей на этой прямой; двумя пересекающимися прямыми

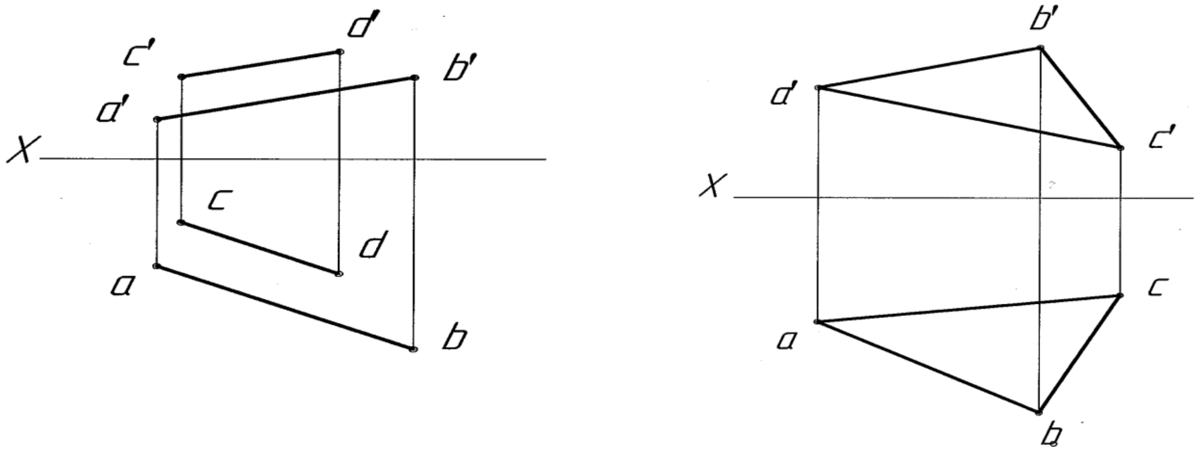


Рисунок 3.2 – Задание плоскости двумя параллельными прямыми и плоской фигурой

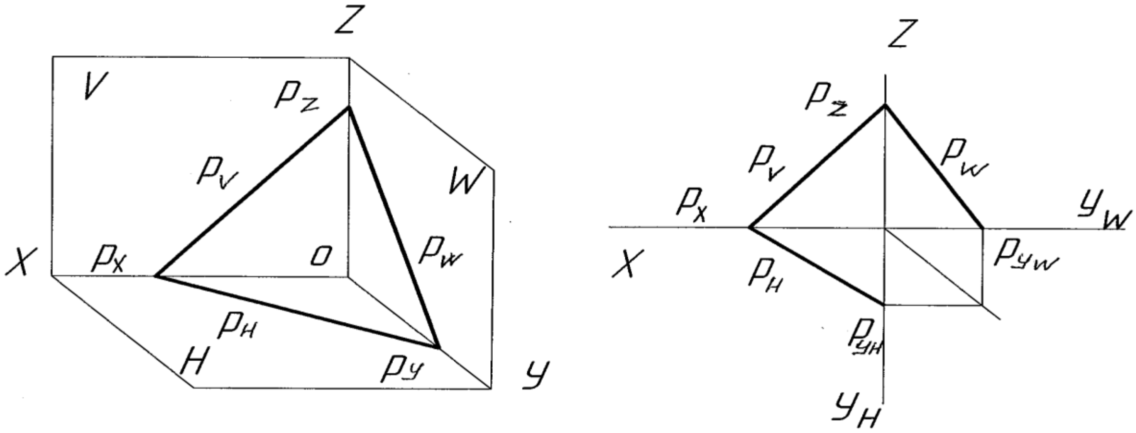


Рисунок 3.3 – Задание плоскости следами

2.3.2 Положение плоскости относительно плоскостей проекции

По отношению к плоскостям проекций плоскости могут занимать различные положения. В связи с этим различают плоскости общего и частного положения.

Плоскостью общего положения (рисунок 3.4) называют плоскость, не перпендикулярную и не параллельную плоскостям проекций.

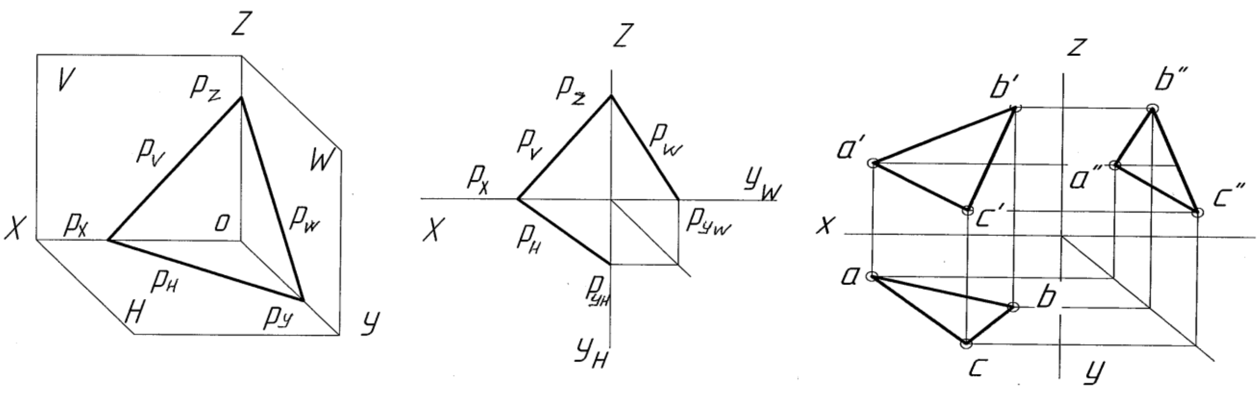


Рисунок 3.4 – Наглядное изображение плоскости общего положения и ее эпюра

Плоскости частного положения – проецирующие и плоскости уровня

Проецирующие плоскости

Проецирующими плоскостями называются плоскости, перпендикулярные к одной плоскости проекций и наклоненные к двум другим плоскостям проекций.

1. *Горизонтально проецирующей плоскостью* называют плоскость, перпендикулярную к плоскости горизонтальной проекций *H* (рисунок 3.5).

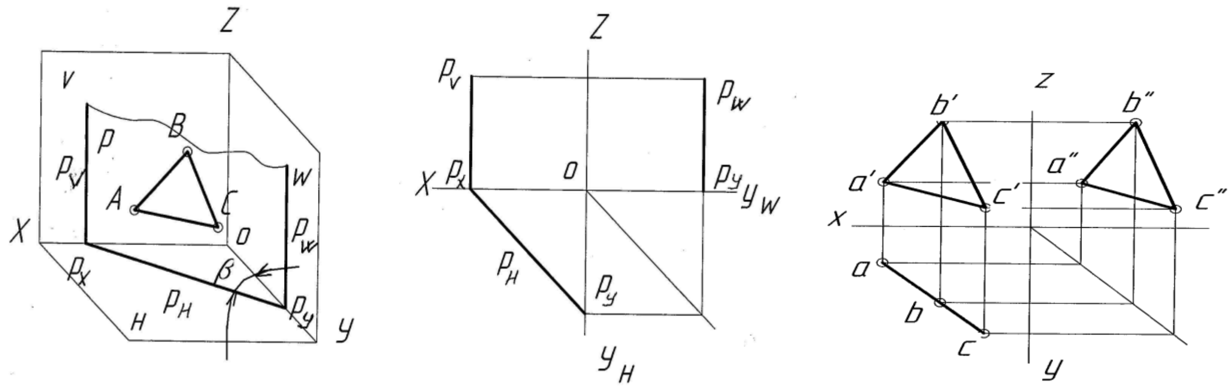


Рисунок 3.5 – Наглядное изображение и эпюр
горизонтально проецирующей плоскости

Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость *H* в прямую линию (на горизонтальный след плоскости).

В качестве примера на рисунке 3.5 горизонтально проецирующая плоскость *P* задана плоской фигурой – треугольником *ABC*. Из чертежа видно, что все элементы данной плоскости проецируются на плоскость *H* в прямую линию *Pн*, называемую горизонтальным следом плоскости. Фронтали этой плоскости являются горизонтально проецирующими прямыми. Угол наклона горизонтально проецирующей плоскости *P* к плоскости *V* на комплексном чертеже определяется как угол β, заключенный между горизонтальным следом *Pн* данной плоскости и прямой, перпендикулярной линиям связи.

2. *Фронтально проецирующей плоскостью* называют плоскость, перпендикулярную к плоскости проекций *V* (рисунок 3.6). Любой элемент этой плоскости проецируется на фронтальную плоскость проекций в прямую линию – фронтальный след плоскости P_V.

Угол α – угол наклона фронтально проецирующей плоскости к плоскости *H*.

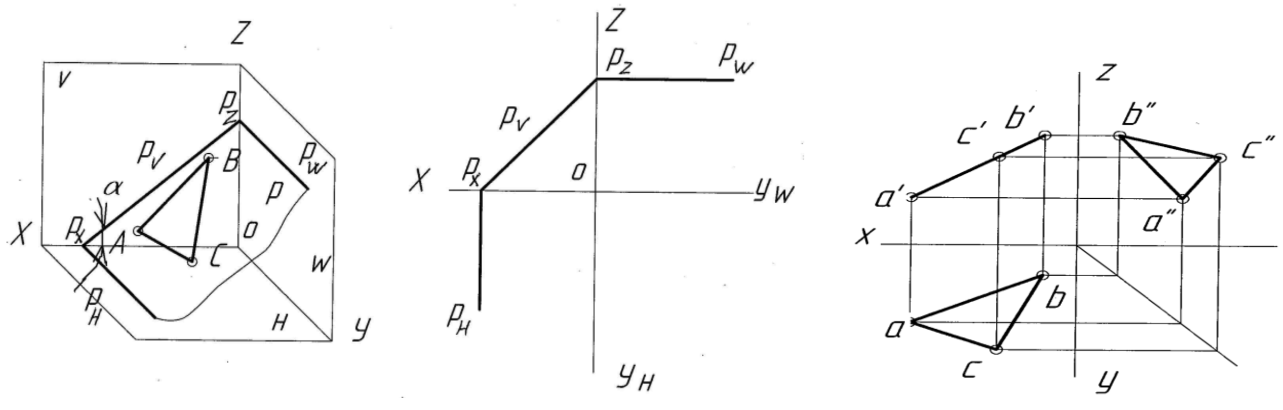


Рисунок 3.6 – Наглядное изображение и эпюр
фронтально проецирующей плоскости

3. *Профильно проецирующей плоскостью* называют плоскость,

перпендикулярную к профильной плоскости проекций (рисунок 3.7). Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на профильную плоскость проекций в прямую линию – профильный след плоскости.

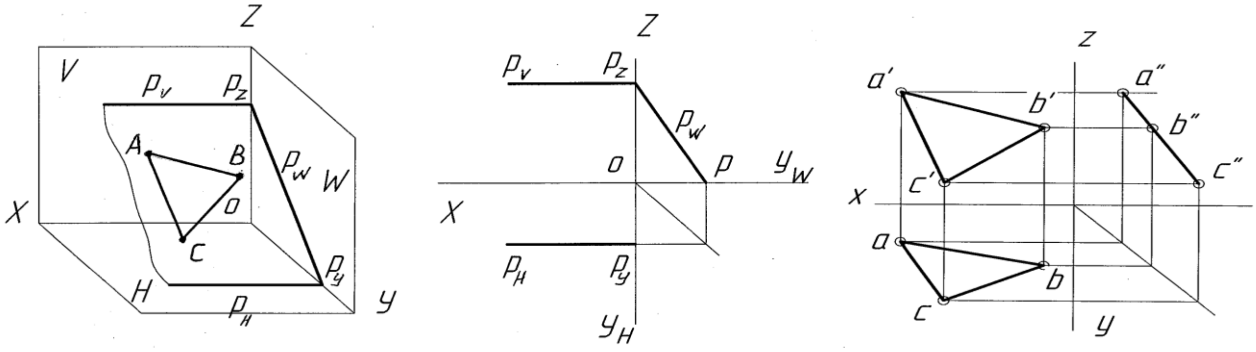


Рисунок 3.7 – Наглядное изображение и эпюр
профильно проецирующей плоскости

Плоскости уровня

Плоскостями уровня, или дважды проецирующими, называют плоскости, параллельные плоскостям проекций. Различают три плоскости уровня: горизонтальную – параллельную плоскости *H* (рисунок 3.8), фронтальную – параллельную плоскости *V* (рисунок 3.9), профильную – параллельную профильной плоскости проекций *W* (рисунок 3.10). Отметим, что плоскости уровня одновременно перпендикулярны двум плоскостям проекций, например – *V* и *W*, фронтальная – *H* и *V*, профильная – *H* и *W*. Любая линия, принадлежащая плоскости уровня, будет являться линией уровня.

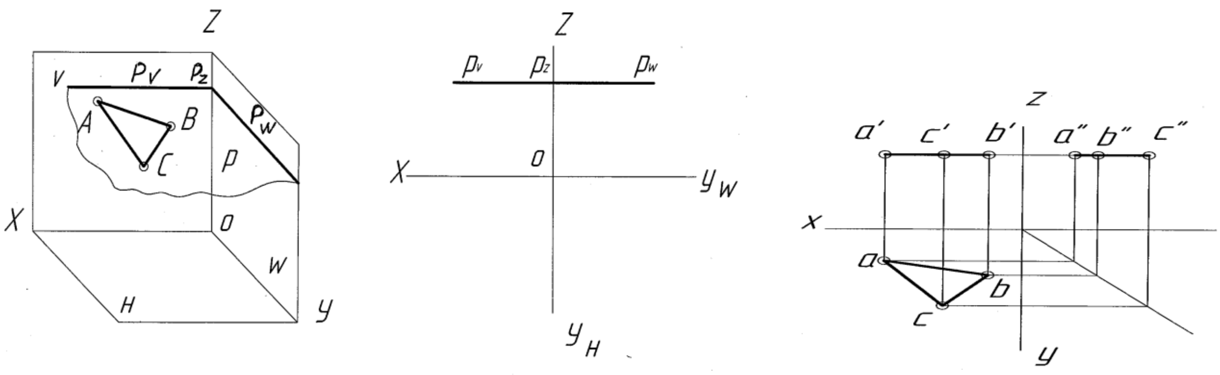


Рисунок 3.8 – Наглядное изображение и эпюр горизонтальной
плоскости уровня

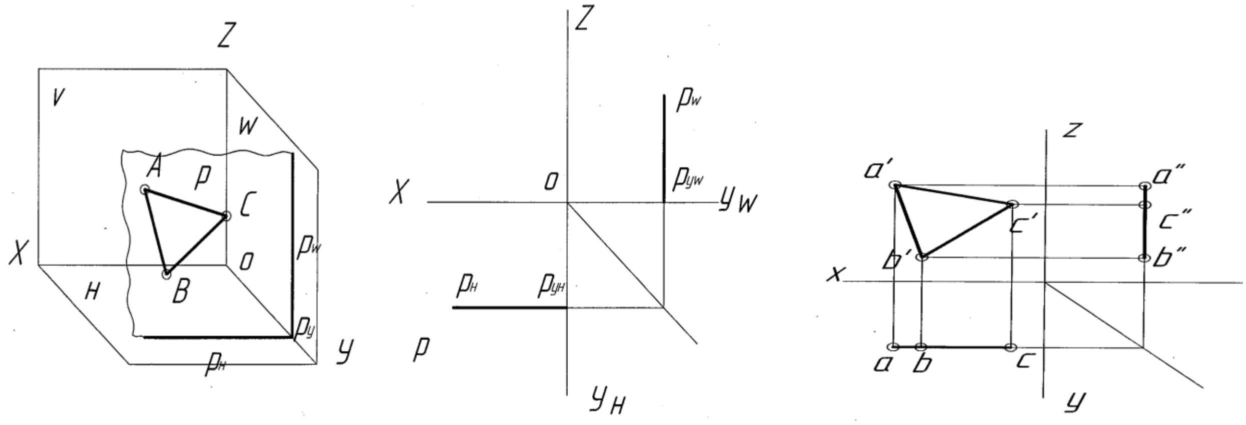


Рисунок 3.9 – Наглядное изображение и эпюр фронтальной плоскости уровня

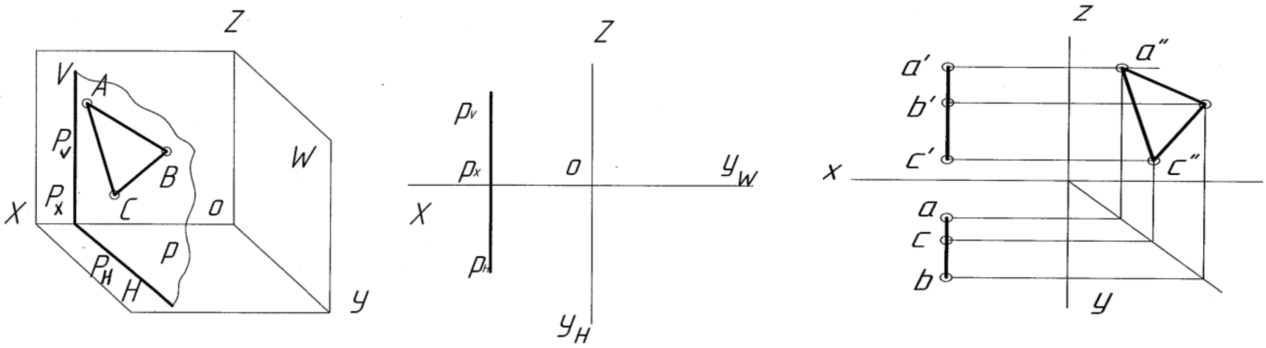


Рисунок 3.10 – Наглядное изображение и эпюр профильной плоскости уровня

2.3.3 Взаимопринадлежность точки, прямой и плоскости

Прямая линия *M* принадлежит плоскости *ABC*, если она проходит через две точки 1 и 2, принадлежащие этой плоскости. Прямая линия *L* также принадлежит плоскости *ABC*, так как она проходит через точку 3, лежащую в этой плоскости, и параллельно прямой *AB*, принадлежащей плоскости *ABC* (рисунок 3.11).

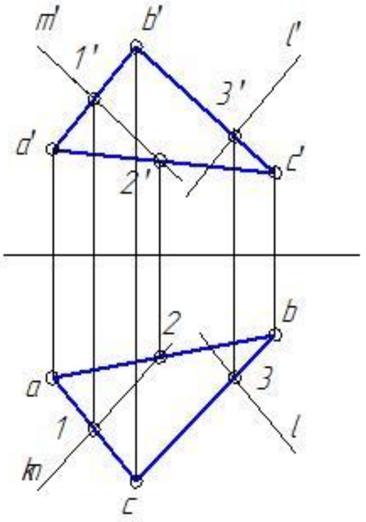


Рисунок 3.11 – Принадлежность прямой линии плоскости

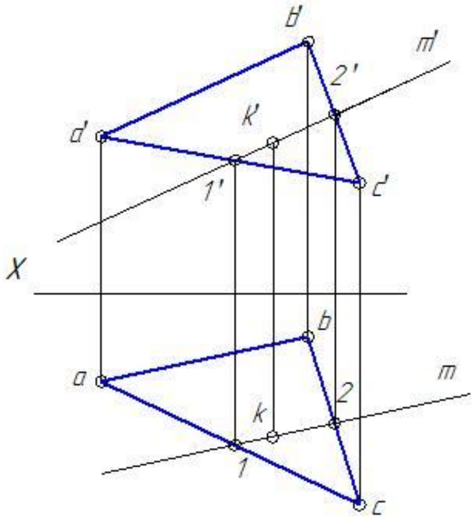


Рисунок 3.12 – Принадлежность точки плоскости

Точка К принадлежит плоскости *ABC*, так как она лежит на прямой линии *M*, лежащей в этой плоскости (рисунок 3.12).

2.3.4 Главные линии плоскостей

Главными линиями плоскостей являются горизонталь, фронталь и линия наибольшего наклона плоскости к плоскости проекции:

а) горизонталь *h* (рисунок 3.13) – это линия, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекции;

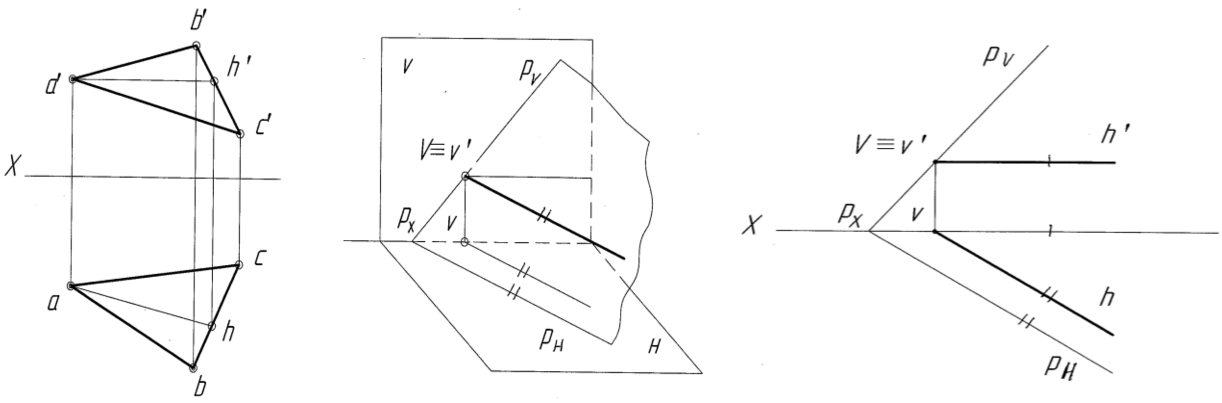


Рисунок 3.13 – Наглядное изображение и эпюр горизонтали плоскости общего положения

б) фронталь *f* (рисунок 3.14) – это линия, принадлежащая плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекции;

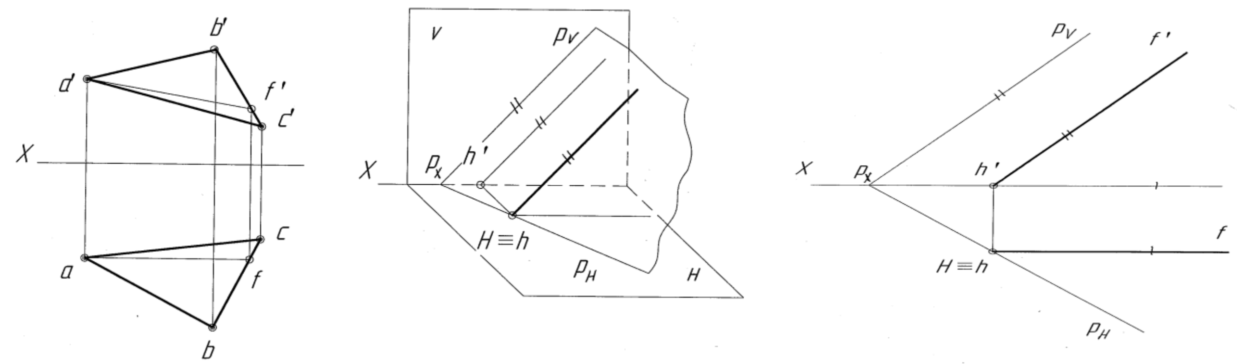


Рисунок 3.14 – Наглядное изображение и эпюр фронтали плоскости общего положения

в) линия наибольшего наклона к плоскости H (или линия ската) (рисунок 3.15) – это линия перпендикулярная горизонтальному следу P_H или горизонтальной проекции горизонтали h плоскости. Линия определяет угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекции H.

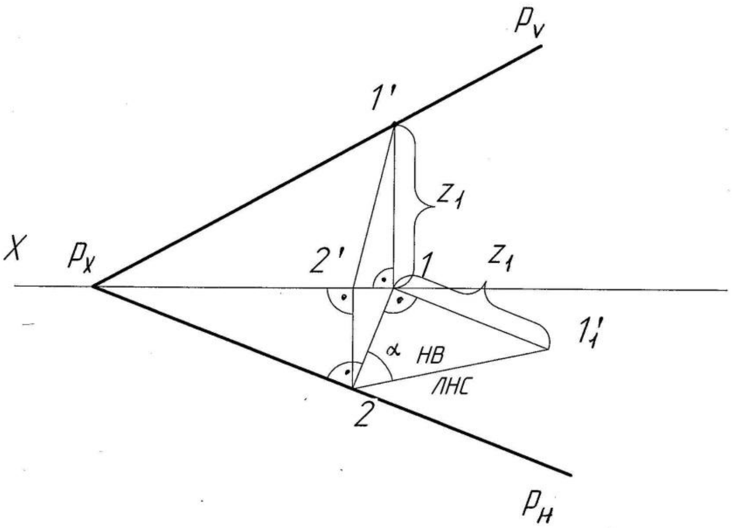


Рисунок 3.15 – Наглядное изображение линии наибольшего ската плоскости

2.3.5 Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей

Пересечение прямой линии с плоскостью

Изучение пересечения прямой линии с плоскостью – основная задача начертательной геометрии. На рисунке 3.16, *а*, *б* показано определение точки встречи прямой *ДЕ* с плоскостью треугольника *АВС* (точка *К*).

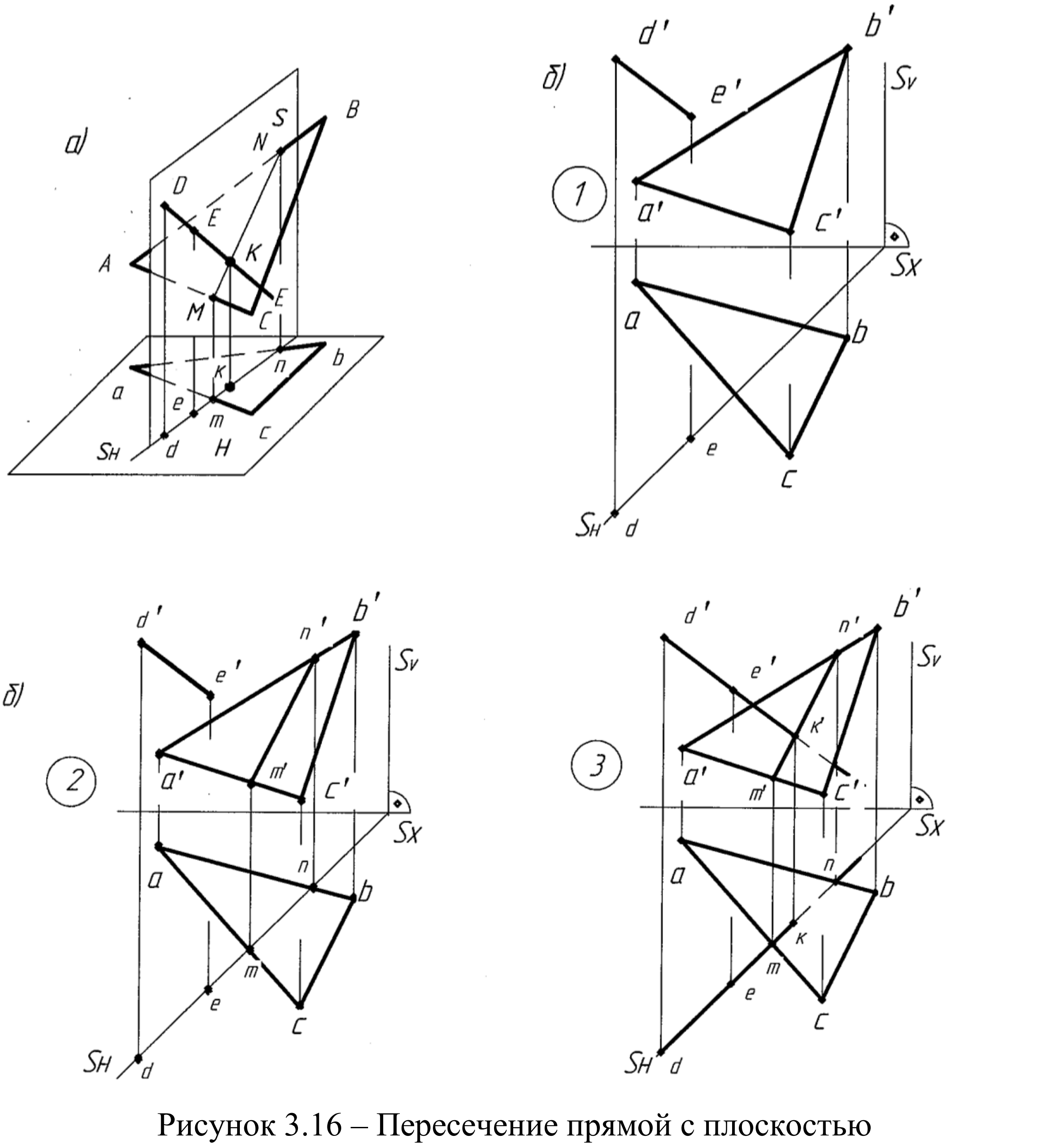


Рисунок 3.16 – Пересечение прямой с плоскостью

Последовательность решения:

1) заключаем прямую *ДЕ* в горизонтально проецирующую плоскость *S* (см. рисунок 3.16, *б*);

2) находим линию пересечения плоскости *S* с треугольником *АВС* (линия *NM*);

3) определяем точку встречи *ДЕ* с треугольником (точка *К*).

2.3.6 Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающим прямым, принадлежащим этой плоскости (в данном случае фронтали и горизонтали).

На рисунке 3.17, *а*, *б* показано проведение перпендикуляра из точки *А* к плоскости *Р*, заданной следами, а на рисунке 3.17, *в* – к плоскости, заданной треугольником *ВСД*. Если плоскость задана следами, то перпендикуляр опускается на ее следы; если плоской фигурой, то перпендикуляр опускается на ГПГ и ФПФ.

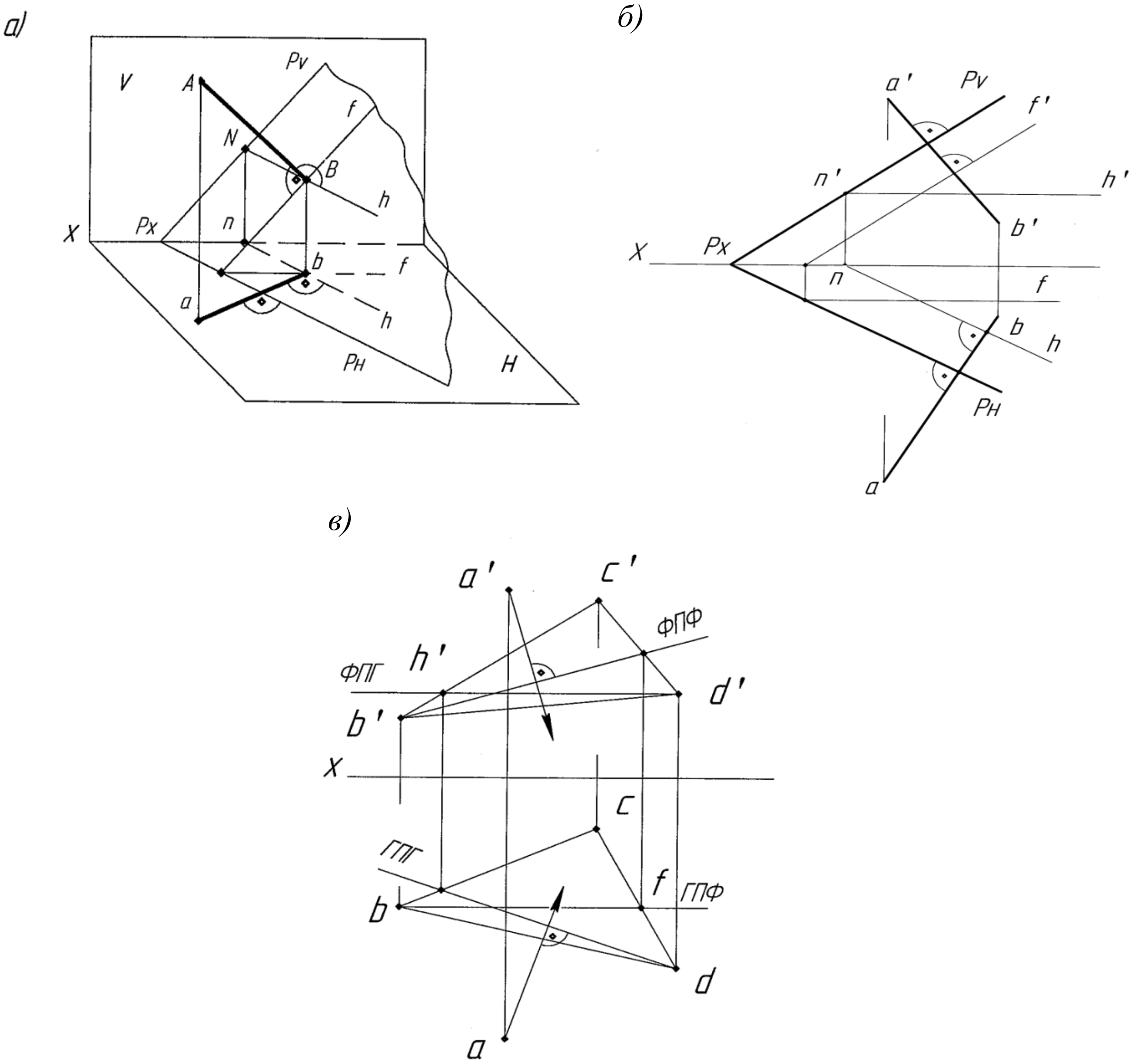


Рисунок 3.17 – Проведение перпендикуляра из точки *А* к плоскости

2.3.7 Прямая, параллельная плоскости

Известно, если точка пересечения прямой и плоскости бесконечно удаленная, то прямая будет параллельна плоскости. Если прямая параллельна плоскости, то она параллельна любой прямой, принадлежащей этой плоскости.

Через данную точку можно провести бесчисленное множество прямых, параллельных плоскости. На рисунке 3.18 одна из таких прямых параллельна плоскости *P*, так как она параллельна прямой, принадлежащей плоскости *P*.

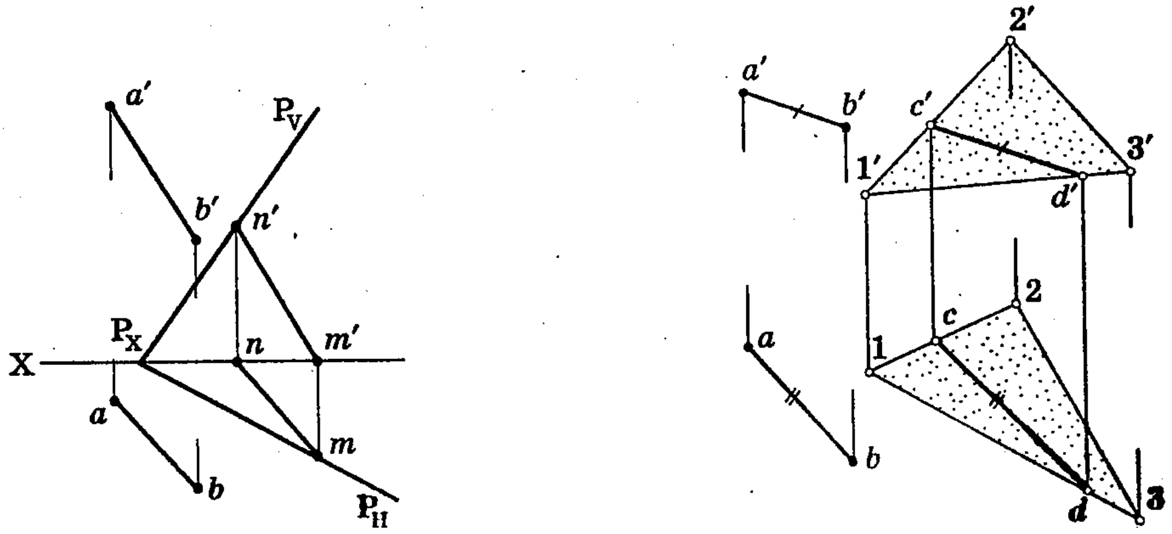


Рисунок 3.18 – Построение прямой, параллельной плоскости

2.3.8 Пересечение двух плоскостей

Две пересекающиеся плоскости всегда имеют общий элемент – прямую их взаимного пересечения.

Чтобы построить линию пересечения двух плоскостей, необходимо найти две их общие точки.

Пересечение двух плоскостей, одна из которых проецирующая (рисунок 3.19)

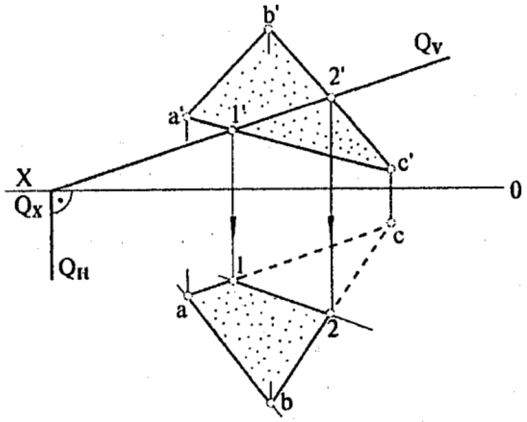
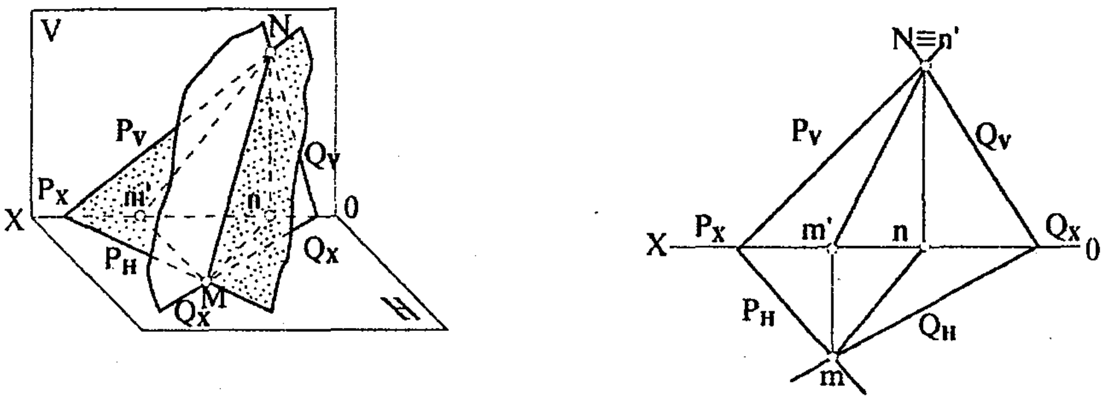


Рисунок 3.19 – Пример построения пересечения двух плоскостей, одна из которых проецирующая

Q – проецирующая плоскость (рисунок 3.19). Чтобы построить линию пересечения двух плоскостей, необходимо найти их общие точки. Очевидно, что отрезок 1–2 (1′–2′), по которому фронтальный след *Qv* пересекает фронтальную проекцию *a'b'c'* треугольника *ABC*, и будет являться фронтальной проекцией искомой линии. Горизонтальную проекцию точек 1–2 найдем при помощи линии связи на соответствующих проекциях сторон треугольника.

Пересечение двух плоскостей общего положения, заданных следами (рисунок 3.20)



MN – линия пересечения плоскостей *P* и *Q*.

Рисунок 3.20 – Пример построение пересечения двух плоскостей общего положения, заданных следами

Пересечение двух плоскостей общего положения заданных плоскими фигурами

На рисунках 3.21, 3.22 приведен основной прием решения задач с помощью вспомогательных плоскостей (*S* и *T*).

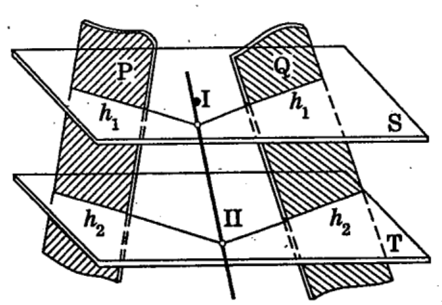


Рисунок 3.21

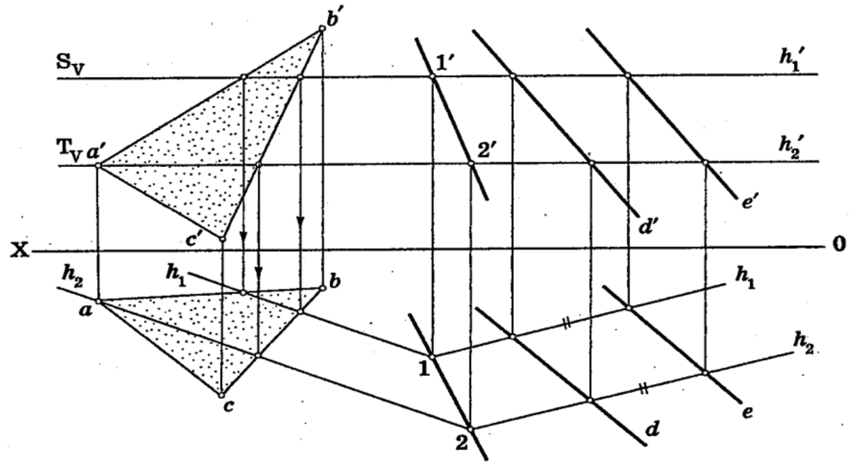


Рисунок 3.22

2.3.9 Параллельные плоскости

Плоскости параллельны, если две пересекающие прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости (рисунки 3.23, 3.24).

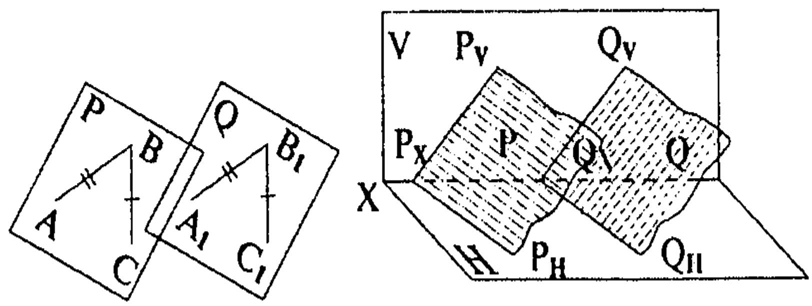


Рисунок 3.23 – Наглядный пример параллельных плоскостей

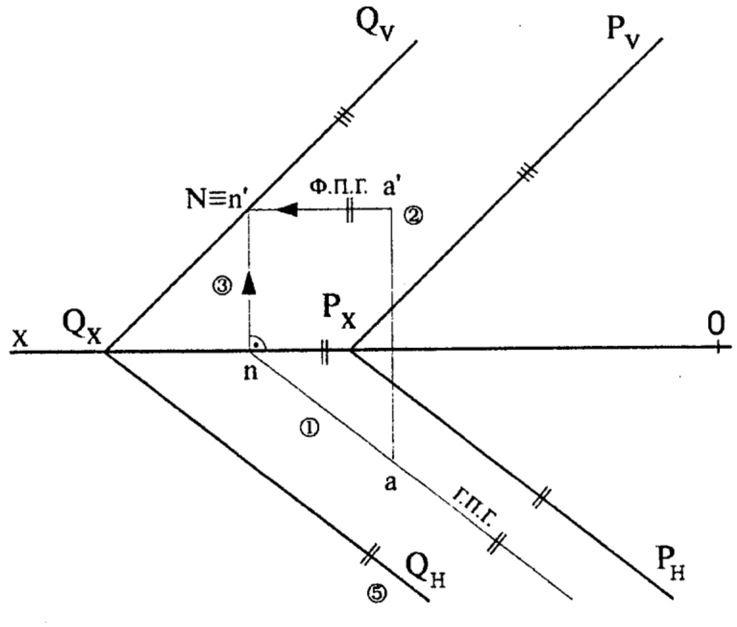


Рисунок 3.24 – Пример построения плоскости *Q*, проходящей через точку *A* параллельно заданной плоскости P

1. Через горизонтальную проекцию точки *A* проводим ГПГ будущей плоскости *Q*, параллельную горизонтальному следу *Pн*.

2. Через точку *a′* проводим ФПГ параллельно оси *OX*.

3. Из точки *n*, лежащей на оси, восстанавливаем перпендикуляр до встречи с ФПГ – получаем точку *N*, фронтальный след проведенной горизонтали.

4. Через точку *N* проводим *Q*v || *P*v, доводим след *Q*v до оси *OX* и получаем точку *Qx*.

5. Из точки *Qx* проводим *Qн* || *Pн*.

2.3.10 Взаимно перпендикулярные плоскости

Признак перпендикулярности двух плоскостей – две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую перпендикулярную другой плоскости.

Из рисунка 3.25 видно, что плоскость *T* перпендикулярна плоскости *P*, так как содержит в себе прямую, перпендикулярную плоскости *P* (*AB*).

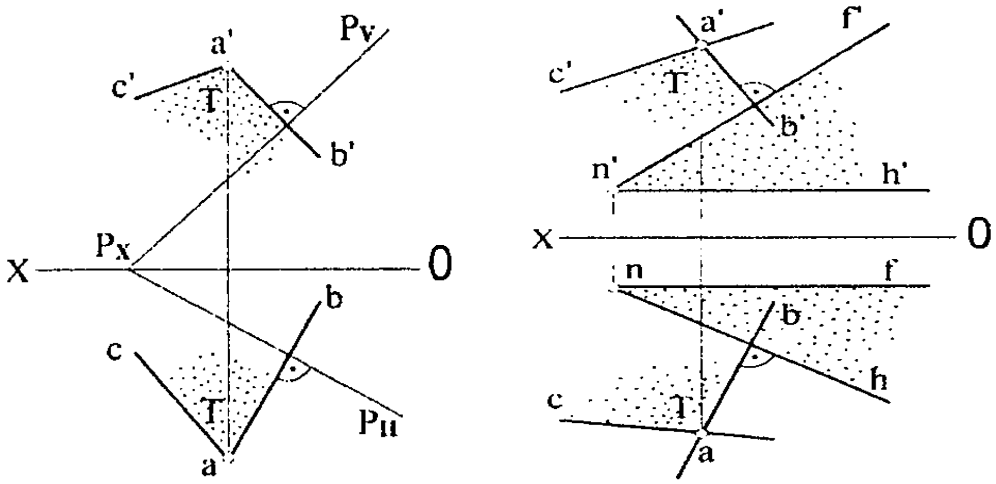


Рисунок 3.25 – Взаимно перпендикулярные плоскости

Пример

Через произвольно взятую точку *E* (*e'*, *e*) провести плоскость *R*, перпендикулярную любой прямой, например, *BC*, и определить точку пересечения этой прямой с плоскостью *R* (рисунок 3.26).

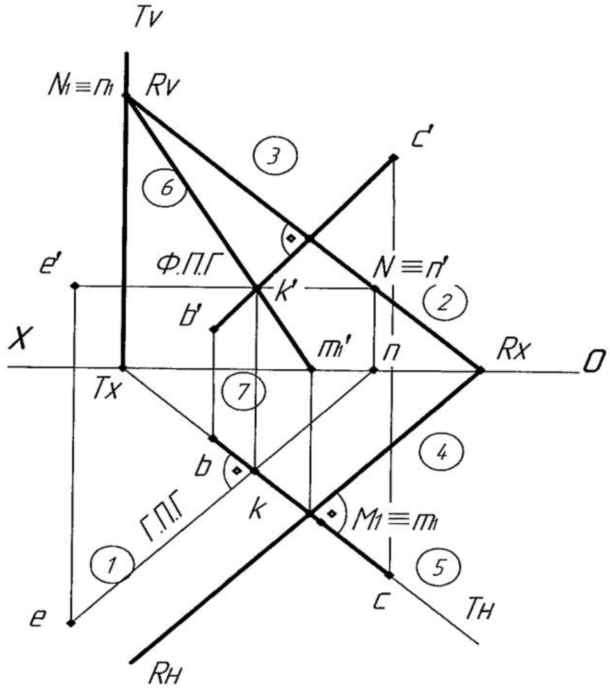


Рисунок 3.26 – Пример построения двух взаимно перпендикулярных плоскостей

1. Берем произвольную точку *E* и через нее проводим ФПГ ∥ *OX* и ГПГ ⊥ *BC*.

2. Находим фронтальный след горизонтали, перпендикулярный прямой *BC* (точка *N*).

3. Через точку *N* проводим след *R*v ⊥ *b'c'* и доводим его до оси *Ox* – получаем точку схода следов *Rx*.

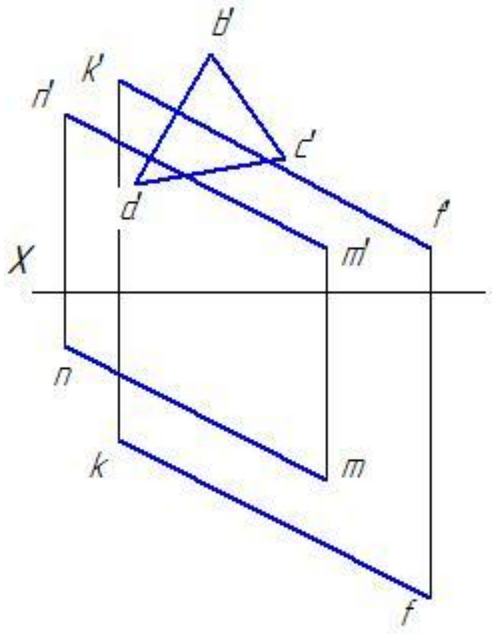
4. Из точки *Rx* перпендикулярно прямой *bc* проводим след *Rн*.

5. Для того, чтобы найти точку пересечения прямой *BC* с плоскостью *R*, необходимо заключить прямую *BC* в горизонтально проецирующую плоскость *T*.

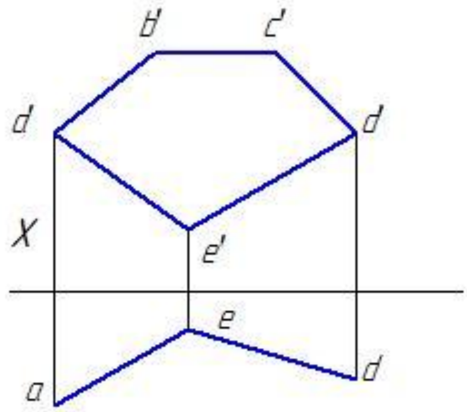
6. Найдем линию пересечения плоскости *R* и *T* (линия пересечения M_1N_1).

7. Отметим на пересечении прямой *BC* и $M_1 N_1$ точку *K* – это и есть точка пересечения прямой *BC* с плоскостью *R*.

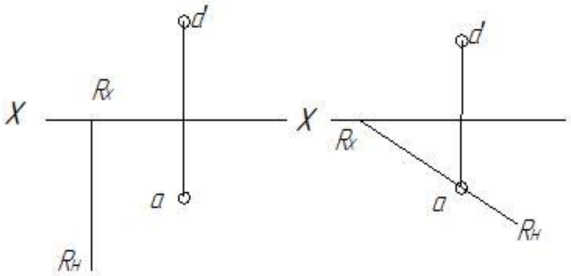
Задачи по теме 3. Проекции плоскости



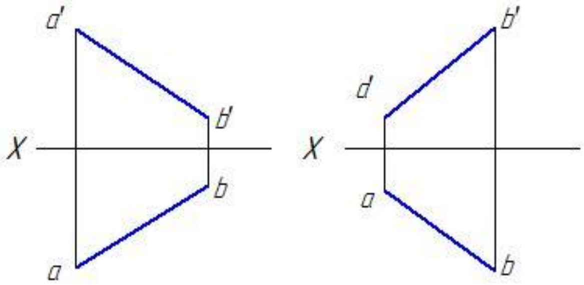
3.1 Достроить горизонтальную проекцию треугольника ABC, лежащего в плоскости, заданной параллельными прямыми MN и FK.



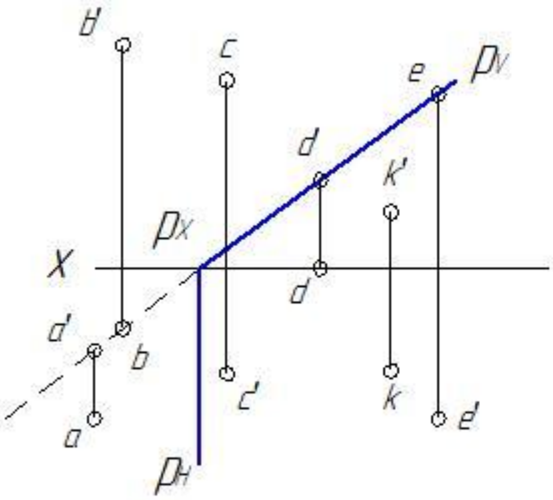
3.2 Достроить горизонтальную проекцию фигуры ABCDE.



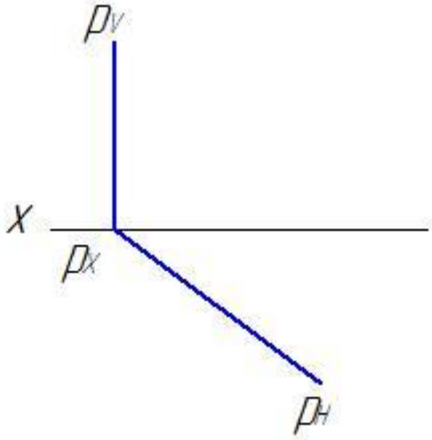
3.3 Построить недостающие следы плоскостей заданных одним следом и точкой А. Провести в каждой из плоскостей горизонталь АВ и и фронталь CD



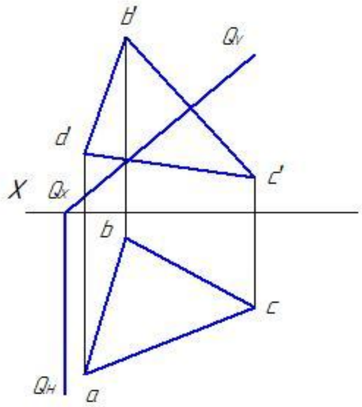
3.4 Заключить прямую АВ в горизонтально проецирующую и фронтально проецирующую плоскость



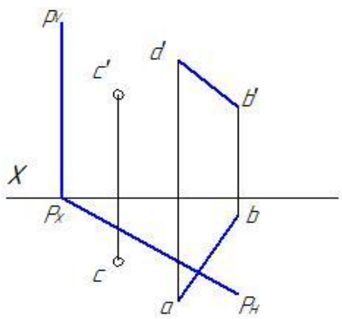
3.5 Указать какие точкипринадлежат плоскости Р.



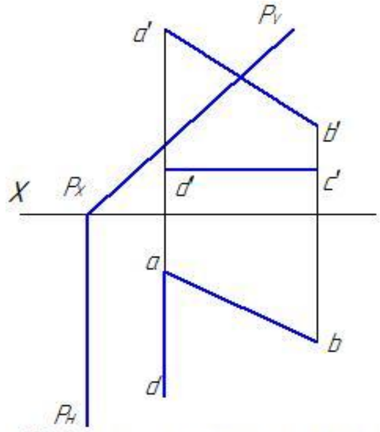
3.6 Перечислить прямые, которые можно провести в плоскости Р.



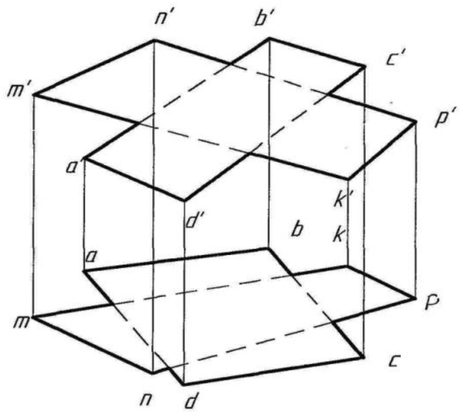
3.7 Построить линию пересечения плоскостей.



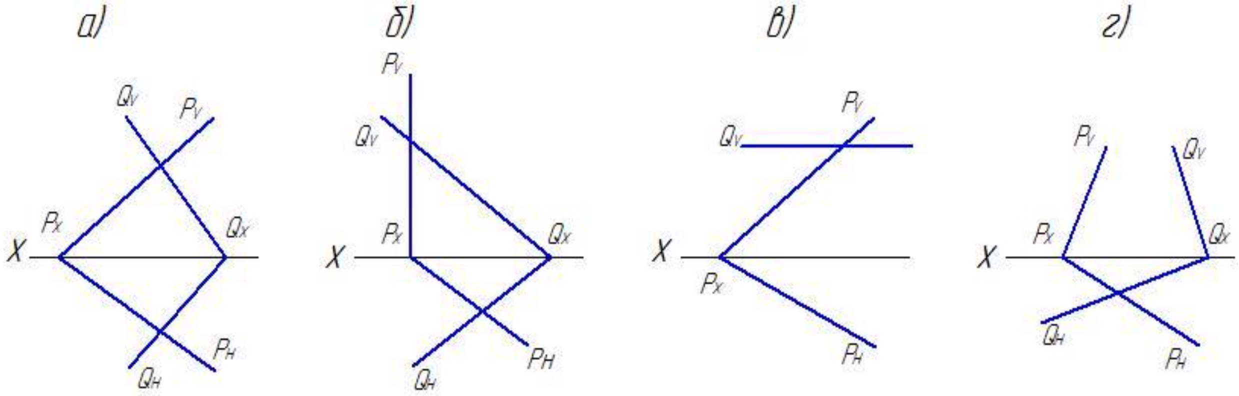
3.8 Постоить линию пересечения плоскости P с плоскостью, заданной прямой AB и точкой C.



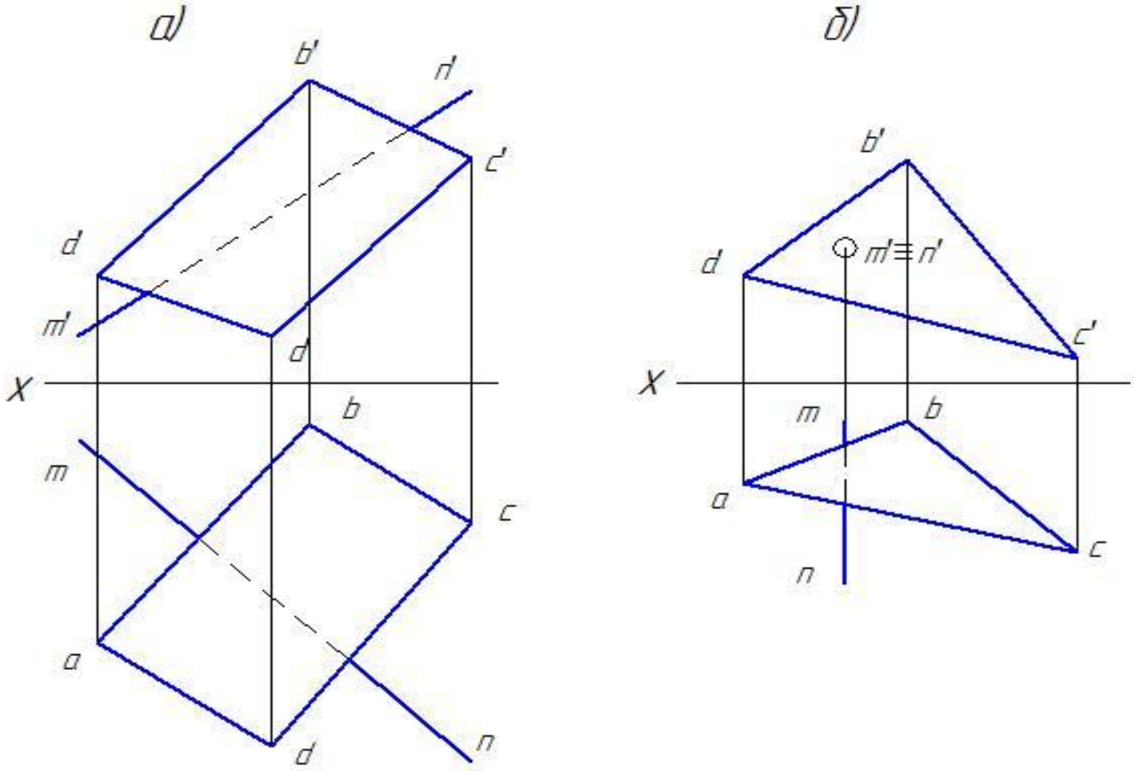
3.9 Достроить проекцию фигуры ABCD и построить линию пересечения плоскостей.



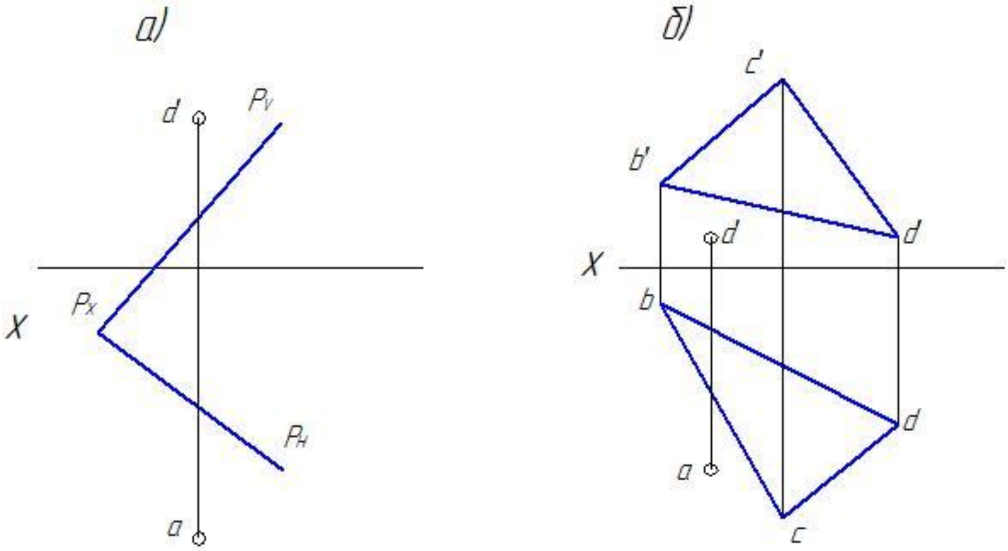
3.10 Построить линию пересечения двух плоскостей и определить видимость их частей на плоскостях H и V



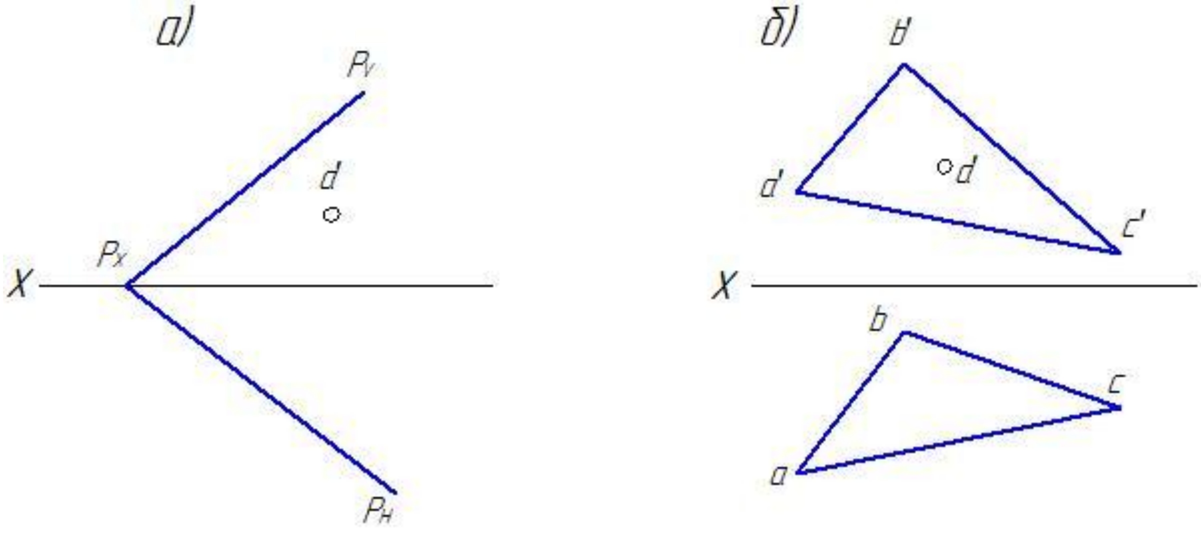
3.12 (а–г) Построить проекции линии пересечения данных плоскостей.



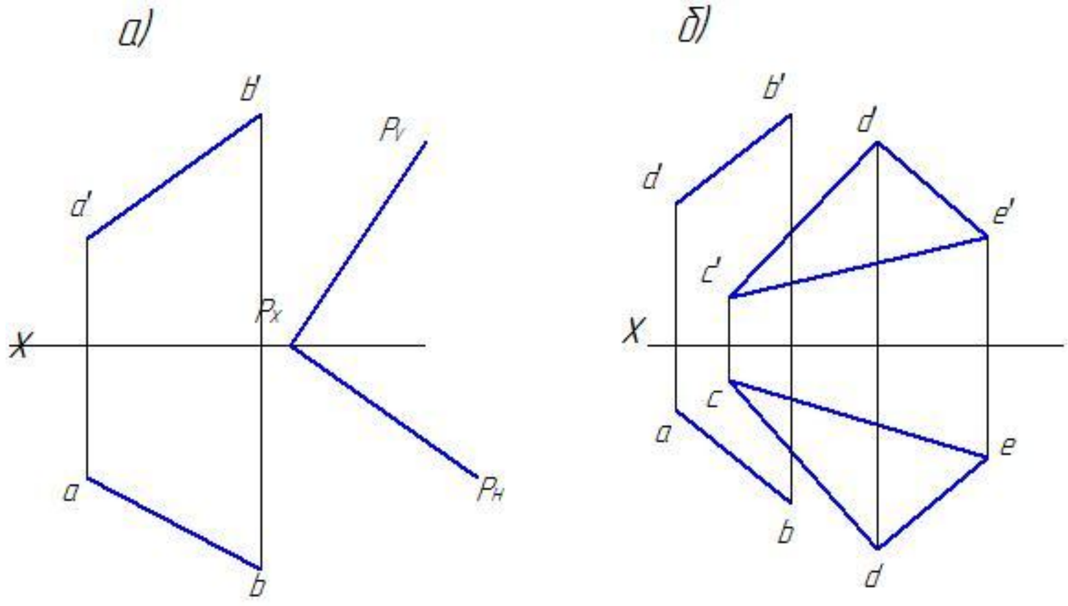
3.13 (а–б) Найти точки пересечения прямой MN с плоскостью и определить видимые части прямой.



3.14 (а–б) Найти расстояние от точки A до заданной плоскости



3.15 (а–б) Из точки А, лежащей в плоскости, востановить перпендикуляр к данной плоскости длиной 25 мм.



3.16 (а–б) Через прямую АВ провести плоскость, перпендикулярную к данной плоскости.

2.4 Тема 4. Способы преобразования ортогональных проекций

Способ перемены плоскостей проекций

Сущность данного способа заключается в том, что положение изображаемых точек, линий, плоских фигур, тел в пространстве остается неизменным, а система плоскостей V, H дополняется новыми плоскостями, образующими с V и H или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций (рисунок 4.1).

Пусть задана точка A проекциями a и a' в системе H и V. Заменим плоскость V другой, тоже фронтальной, плоскостью V_1 и построим новую фронтальную проекцию точки на эту плоскость. Принимая за новую ось след плоскости V_1, совмещаем плоскость V_1 с плоскостью H. На эпюре новая ось обозначена O_1X_1. Также проецируется и точка B.

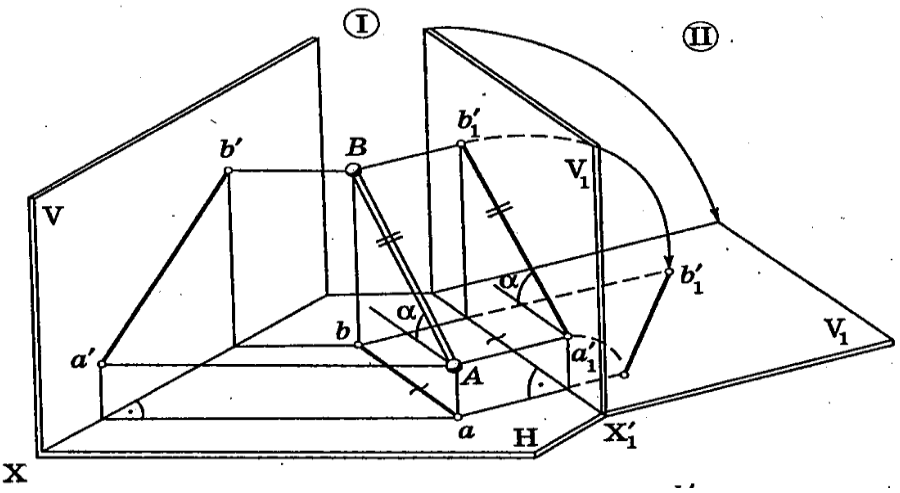


Рисунок 4.1 – Замена фронтальной плоскости проекций

Пример

Преобразовать прямую общего положения в проецирующую (рисунок 4.2).

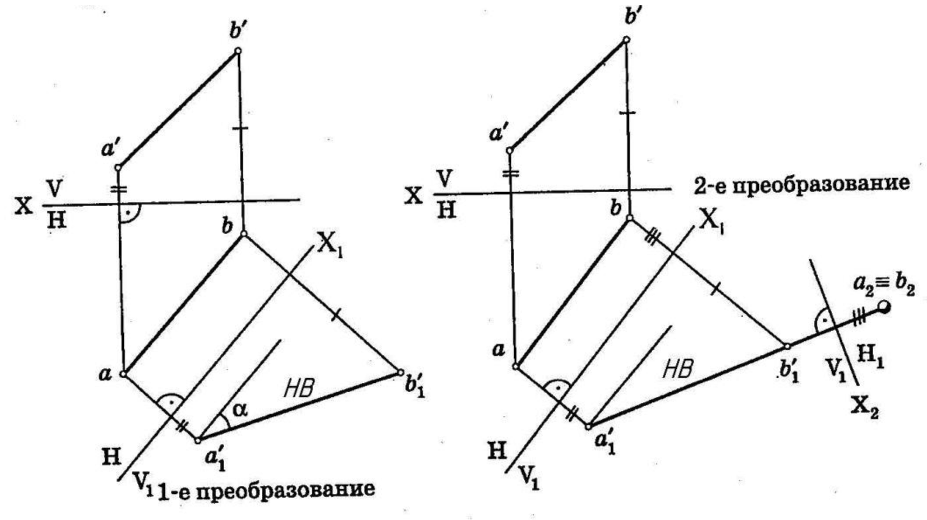


Рисунок 4.2 – Преобразование прямой общего положения в проецирующую способом перемены плоскостей проекций

1-е преобразование

Введем базовую плоскость V_1, параллельную ab и $V_1 \perp H_1$. В системе плоскостей $H \perp V_1$ прямая AB будет являться прямой уровня $\parallel V_1$.

2-е преобразование

Для того, чтобы преобразовать прямую AB в проецирующую, вводим $H_1 \perp V_1$ и $\perp AB$. На плоскость H_1 прямая AB проецируется в точку $a_2 \equiv b_2$.

Пример

Определить натуральную величину треугольника ABC (рисунок 4.3).

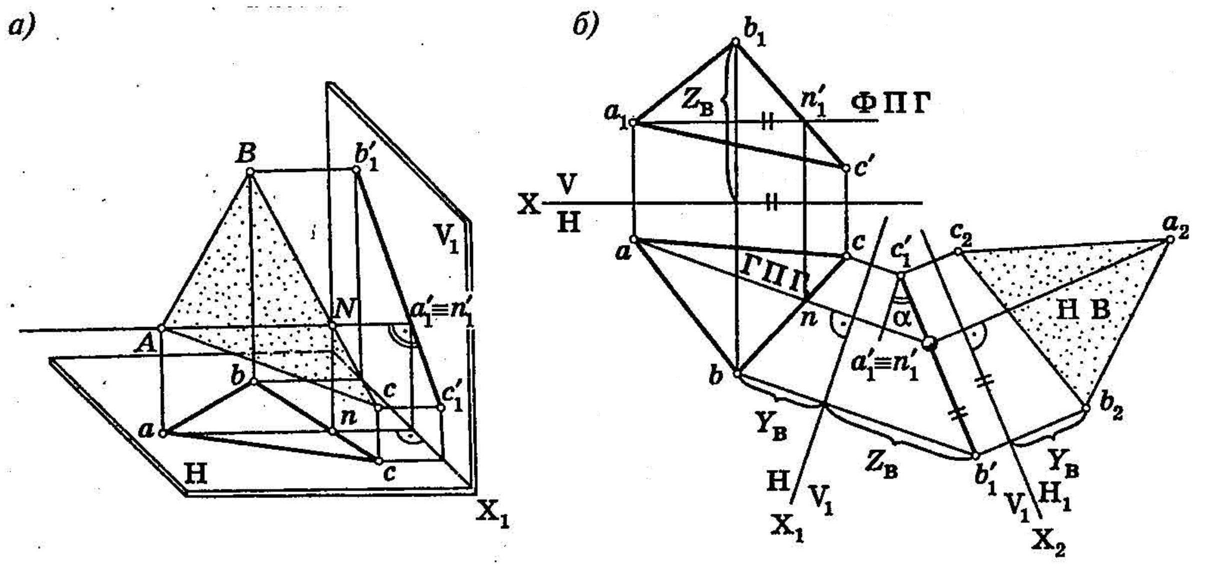


Рисунок 4.3 – Определение натуральной величины треугольника

Для определения натуральной величины треугольника ABC (плоскости общего положения) необходимо сделать два преобразования этой плоскости.

1-е преобразование – в проецирующую плоскость.

Заменим плоскость V на $V_1 \perp H$ и V_1 перпендикулярно горизонтали h плоскости ΔABC. По теореме о перпендикулярности двух плоскостей $\Delta ABC \perp V_1$.

2-е преобразование – в плоскость уровня.

Заменим плоскость H на $H_1 \perp V_1$ и параллельно плоскости $\Delta A_1B_1C_1$. Так как $\Delta A_1B_1C_1$ параллелен H_1, то на плоскость H_1 он проецируется в натуральную величину.

Пример

Определить расстояние от точки A до плоскости P (рисунок 4.4).

1. Перпендикулярно следу P_H ставится новая плоскость $V_1 \perp H$.

2. На следе P_V взяли точку n' и спроецировали ее на новую плоскость $V_1 \perp P_H$ (получили точку n'_1).

3. Соединяем точку n_1 и P_{X1} – получаем след P_{V1}.

4. Спроецируем точку A на плоскость V_1.

5. Из точки a_1' опускаем перпендикуляр на след P_{V1} – это и есть НВ – расстояние от точки A до плоскости P.

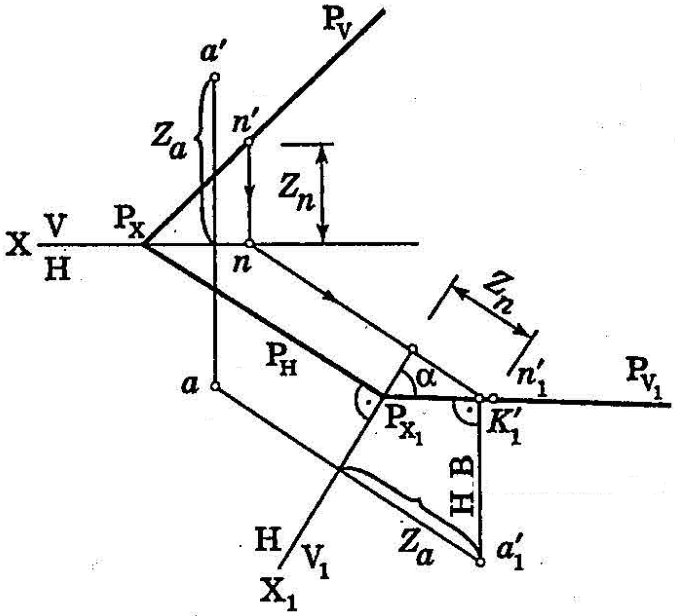


Рисунок 4.4 – Определение расстояния от точки A до плоскости P

Способ вращения

Объекты проецирования (прямые линии, плоскости и т. д.) вращаются (перемещаются) в пространстве до частного положения по отношению к системе плоскостей проекции, которая остается неизменной.

Способ вращения вокруг некоторой оси состоит в том, что изображаемый объект или его элемент вращается вокруг указанной оси до требуемого положения относительно неподвижной, данной системы плоскостей проекций.

В качестве оси вращения может быть взята любая прямая. В практике же преобразования комплексного чертежа лучше использовать вращение вокруг проецирующих осей и линий уровня. Вращение вокруг незакрепленной проецирующей оси называется плоскопараллельным движением фигуры.

Вращение вокруг горизонтально проецирующей оси

Пусть некоторая точка *A* (рисунок 4.5) вращается вокруг горизонтально проецирующей оси.

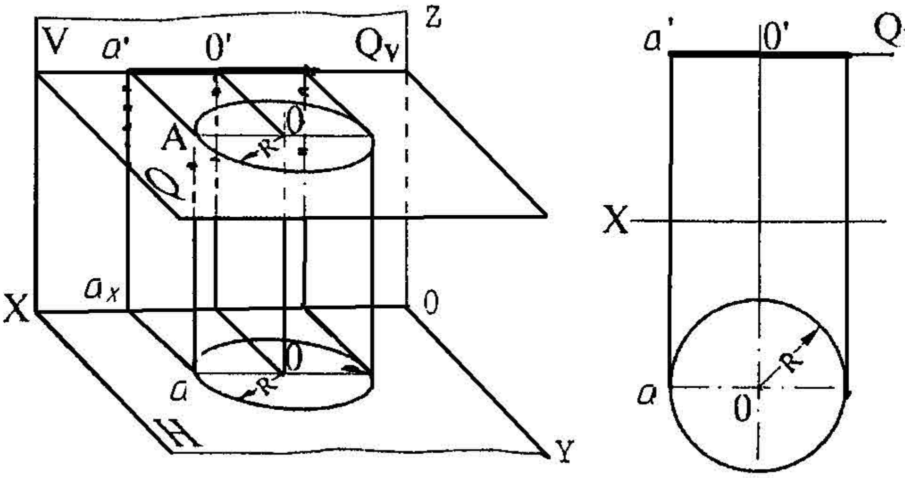


Рисунок 4.5 – Вращение вокруг горизонтально проецирующей оси, перпендикулярной плоскости *H*

Так как ось вращения перпендикулярна плоскости *H*, то плоскость *Q*, в которой происходит вращение точки, параллельна плоскости *H*. Следовательно, траектория точки проецируется на плоскость *H* без искажения, а на плоскость *V* в виде отрезка прямой.

Вращение вокруг фронтально проецирующей оси

На комплексном чертеже (рисунок 4.6) легко определить положение A_1 точки *A* после перемещения ее на угол γ в плоскости *Q*, параллельной плоскости *V*.

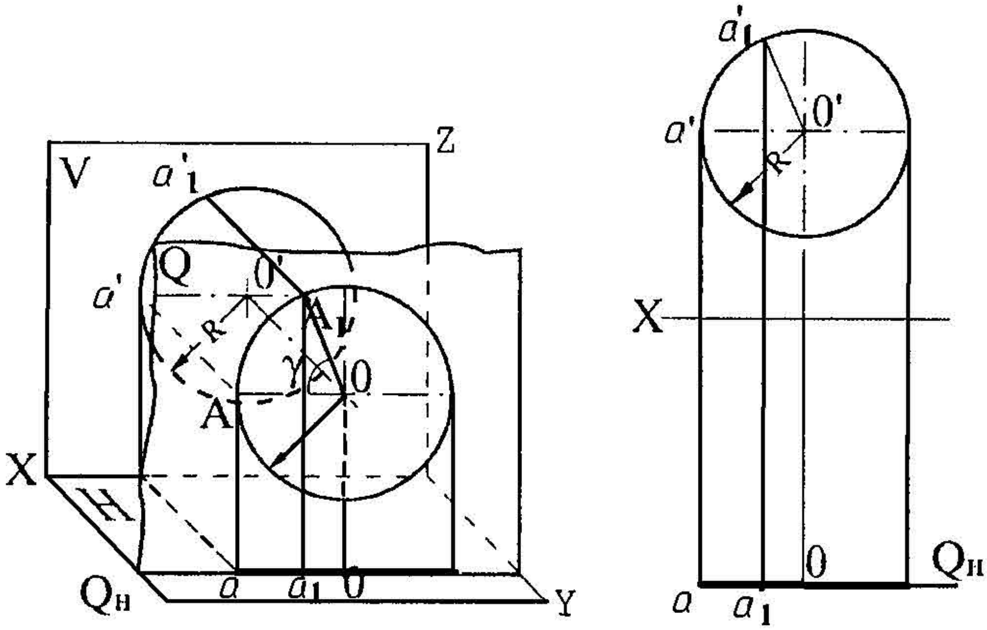


Рисунок 4.6 – Вращение точки *А* вокруг фронтально проецирующей оси

Способ плоскопараллельного движения

Плоскопараллельным движением геометрической фигуры называют такое движение, при котором все ее точки перемещаются в плоскостях, параллельных между собой.

Частным случаем плоскопараллельного движения является рассмотренный способ вращения фигуры вокруг проецирующих осей. На рисунке 4.7 показано преобразование отрезка *АВ* прямой общего положения в проецирующую прямую. Выполним два последовательных плоскопараллельных движения: первое – параллельно горизонтальной, а второе – параллельно фронтальной плоскостям проекций.

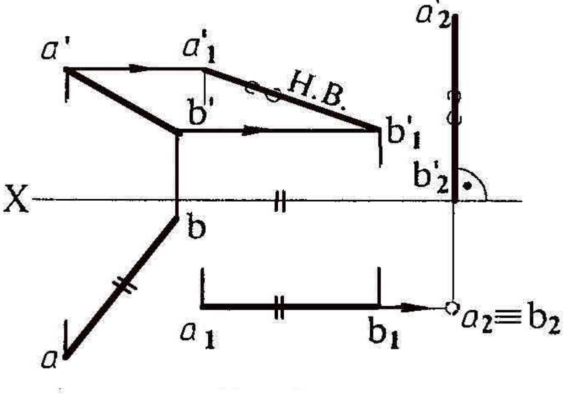


Рисунок 4.7 – Преобразование отрезка *АВ* прямой общего положения

в проецирующую прямую

Способ вращения вокруг линии уровня

Вращением вокруг горизонтали определить натуральную величину треугольника *ABC* (рисунок 4.8).

В момент параллельности плоскости треугольника плоскости *H* горизонтальные проекции каждой из перемещающихся вершин окажутся удаленными от оси вращения на расстояние, равное радиусу вращения данной точки. Далее выполняем следующие построения:

1) через точку *B* в треугольнике *ABC* проводим горизонталь *BD* (*b'd '*; *bd*);

2) проводим прямые, перпендикулярные *bd*, по которым будут перемещаться горизонтальные проекции вращающихся точек;

3) строим проекции радиуса вращения одной из них, например, *C*. Это будет отрезок *OC*о;

4) по двум проекциям определяем истинную величину радиуса вращения R_{BP} (*OC*о). На рисунке 4.8 радиус R_{BP} определен вращением отрезка *OC*о вокруг оси, проходящей через точку *O* и перпендикулярной плоскости *H*;

5) отрезок R_{BP} откладываем от точки *O* вдоль той прямой, по которой перемещается горизонтальная проекция вершины *C*, в плоскости *T*;

6) через полученную точку *C*о и неподвижную *d* проводим прямую до пересечения с прямой, по которой перемещается горизонтальная проекция вершины A_0;

7) соединяя найденные точки *A*о и *C*о друг с другом и с неподвижной вершиной *B*о, получаем новую проекцию треугольника (истинная величина). Фронтальная проекция треугольника окажется преобразованной в прямую, которая совпадает с фронтальной проекцией горизонтали.

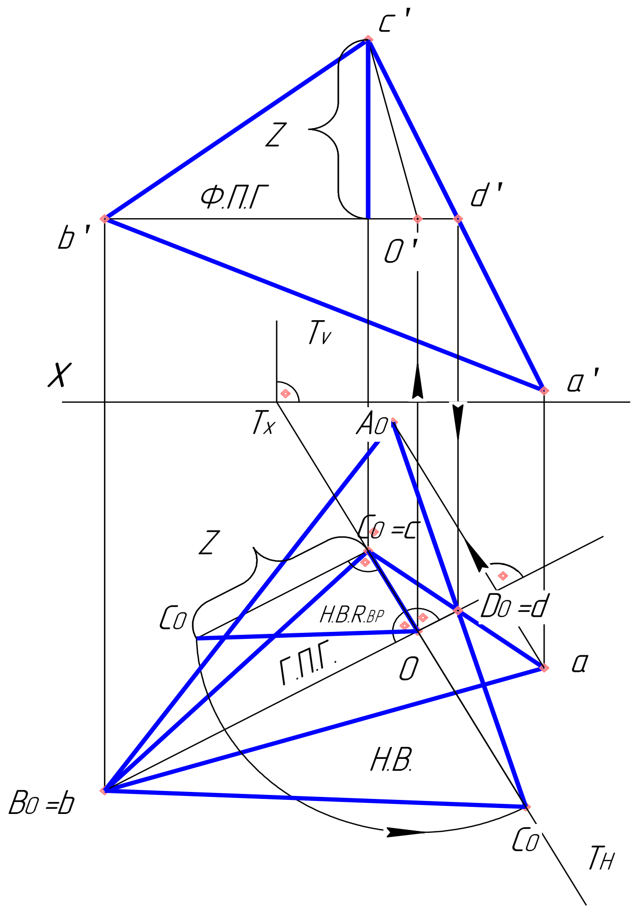


Рисунок 4.8 – Определение натуральной величины треугольника вращением его вокруг линии уровня

Способ совмещения

Способ совмещения является частным случаем способа вращения плоскости P, когда ось вращения (a', a) является одним из ее следов (рисунок 4.9).

При вращении плоскости P вокруг следа P_H плоскость совмещается с горизонтальной плоскостью проекций H, а при вращении вокруг следа P_V – с фронтальной плоскостью проекций V. В результате совмещения на плоскостях проекций получаются натуральные размеры отрезков прямых или плоских фигур, принадлежащих плоскости P. На рисунке 4.9 плоскость общего положения вращается вокруг следа P_H, поэтому все точки находящиеся на этом следе, как на оси вращения, остаются неподвижными, в том числе и точка схода следов P_X.

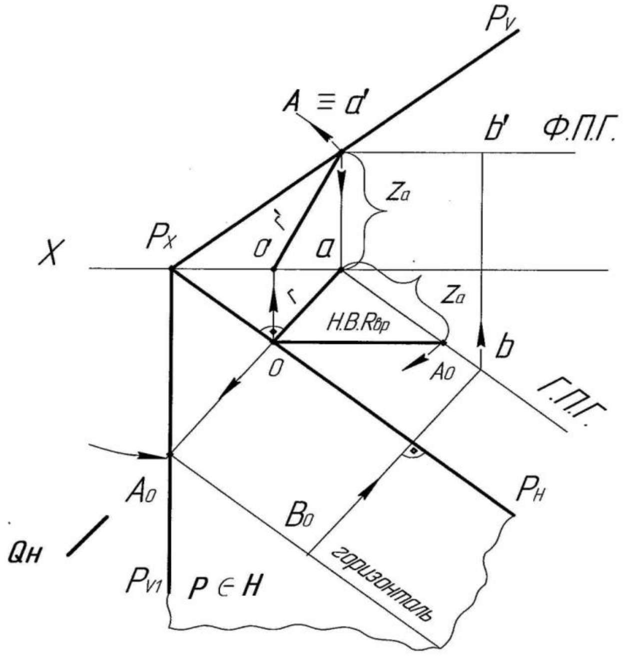


Рисунок 4.9 – Совмещение – вращение вокруг следа

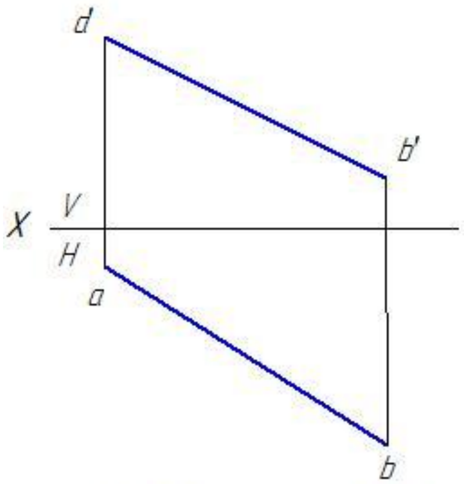
Для построения совмещенного с плоскостью H фронтального следа, достаточно совместить с плоскостью H одну точку, а второй точкой будет точка P_X. Берем в плоскости P произвольную точку A (a, a'), которая лежит на следе P_V. Эта точка при вращении вокруг P_H, будет совершать движение в плоскости Q перпендикулярной $P_{H,}$ описывая в пространстве дугу окружности радиусом $R_{вр}$ с центром в точке O.

Построение НВ R_{BP} видно из рисунка 4.9. Проводя из точки O дугу, равную НВ. R_{BP} до пересечения со следом Q_H или из точки P_X дугу радиусом P_X a' получаем на следе Q_H совмещенное с плоскостью H положение точки A – A_O. Из чертежа также видно, что при вращении точки расстояние $P_Xa' = P_XA_{O,}$ поэтому графически можно использовать упрощенное нахождение точки A_O.

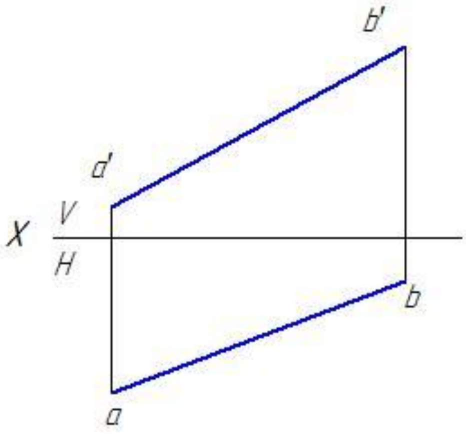
Соединяем точку A_O с точкой P_X – получаем совмещенный след P_{V1} плоскости. Геометрические построения, которые надо выполнять, чтобы поднять плоскость (или точку) в пространстве, аналогичны выполняемым при совмещении плоскости с плоскостью проекций, только выполняется в обратной последовательности (например, точка B.

Задачи по теме 4. Преобразование проекций

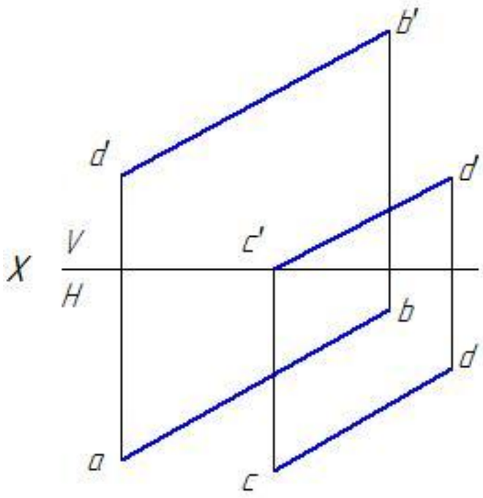
2.4.1 Замена плоскостей проекций



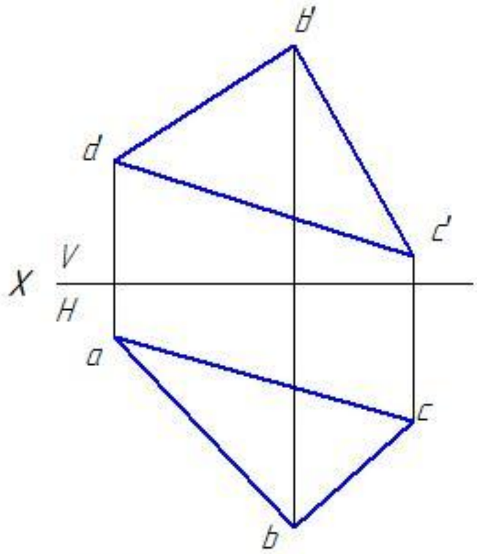
4.1 Определить натуральную величину отрезка AB и углы наклона его к плоскостям проекций.



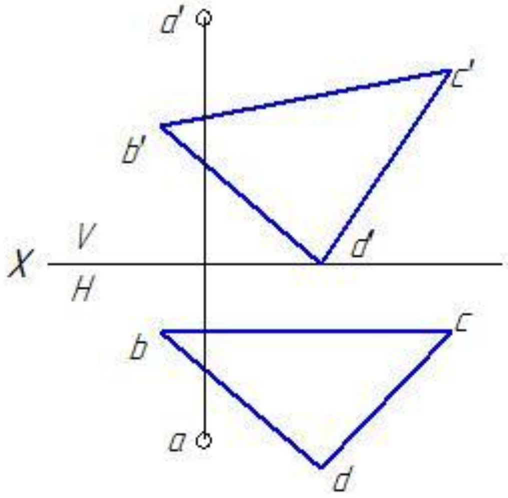
4.2 Преобразовать плоскости проекций так, чтобы отрезок AB занимал положение перпендикулярное к новой плоскости H1.



4.3 Определить расстояние между параллельными прямыми AB и CD.

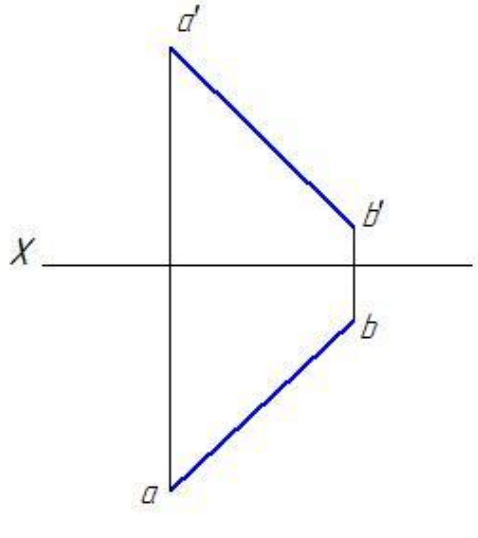


4.4 Определить истинную величину треугольника ABC.

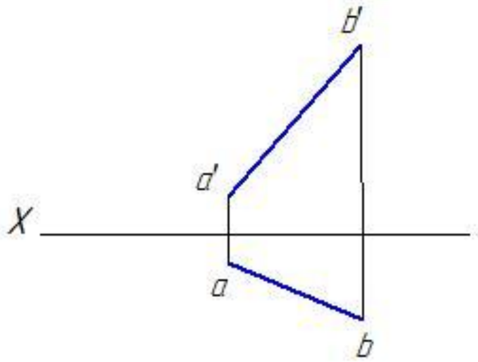


4.5 Определить расстояние от точки
А до плоскости, заданной треугольником BCD.

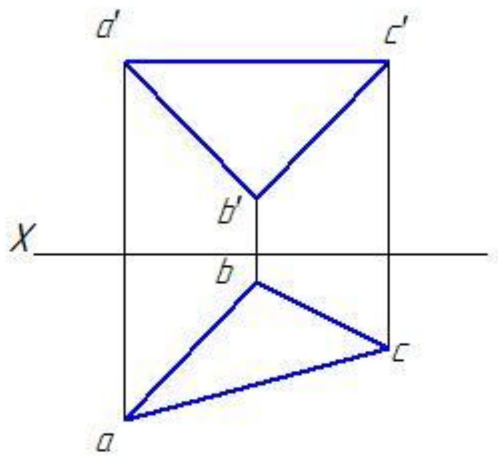
2.4.2 Способ вращения вокруг осей перпендикулярных к плоскостям проекций.



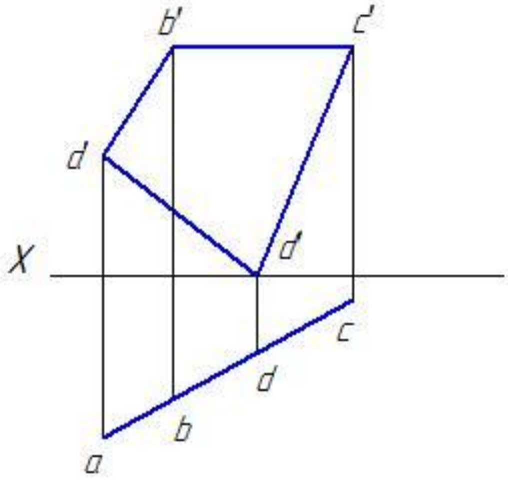
4.6 Способом вращения определить
натуральную величину отрезка АВ
и углы наклона к H и V.



4.7 Поставить прямую АВ в положение
перпендикулярное к фронтальной
плоскости проекции.

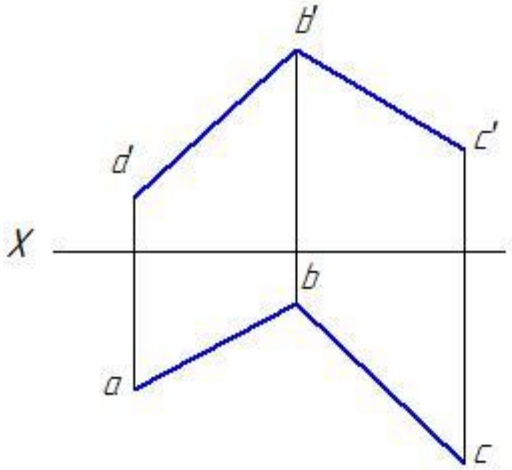


4.8 Определить угол наклона плоскости ABC к V.

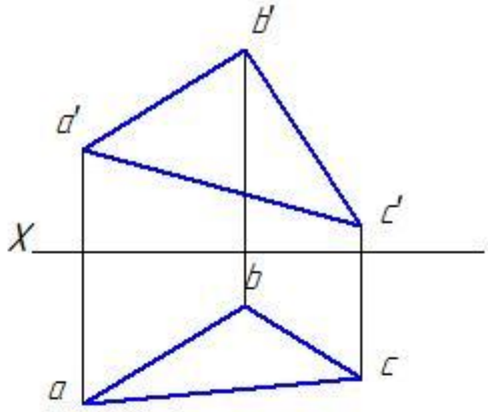


4.9 Определить натуральную величину фигуры ABCD.

2.4.3 Способ вращения вокруг линии уровня

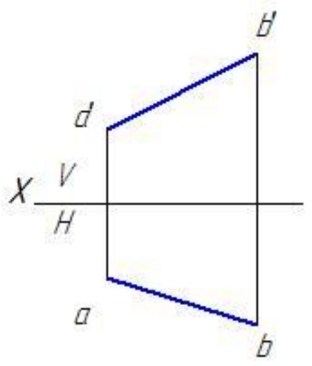


4.10 Построить натуральную величину угла вращением вокруг фронтали.

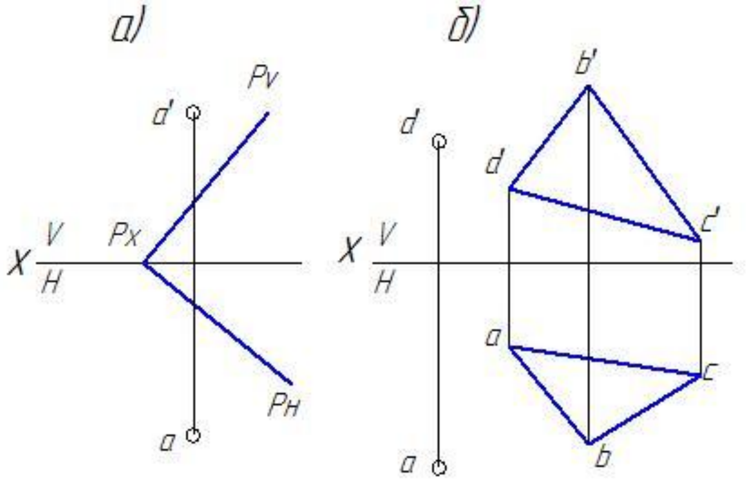


4.11 Построить натуральную величину треугольника ABC вращением вокруг горизонтали.

2.4.4 Способ плоскопараллельного перемещения

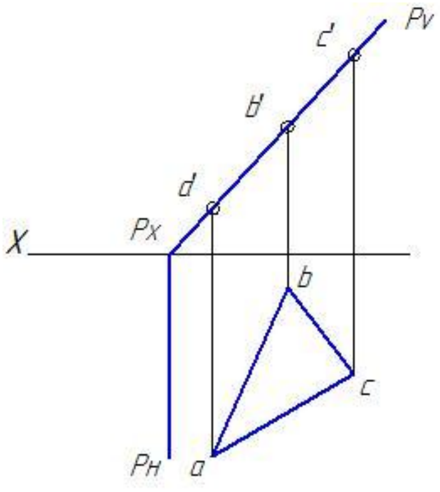


4.12 Определить истинную величину отрезка AB способом плоскопараллельного перемещения

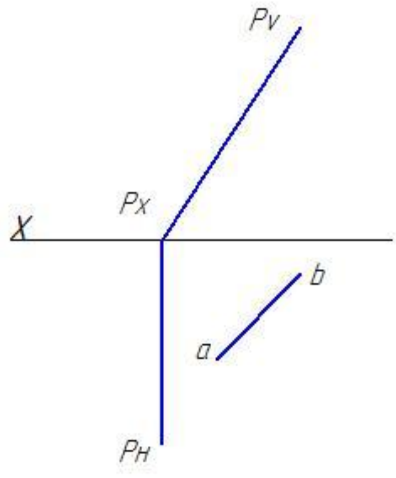


4.13 (а–б) Определить расстояние от точки A до заданной плоскости, способом плоскопараллельного перемещения

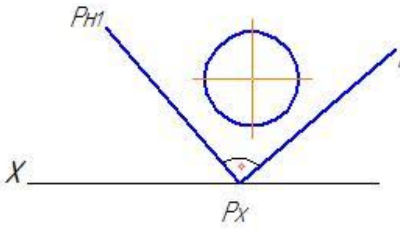
2.4.5 Способ совмещения с плоскостями проекций



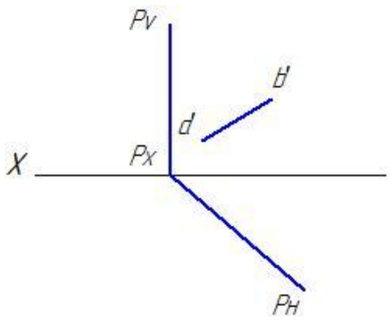
4.14 Определить натуральную величину треугольника ABC, лежащего в плоскости P.



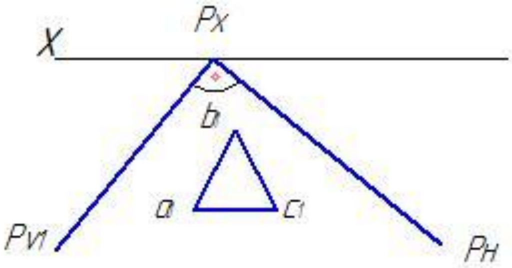
4.15 По заданной горизонтальной проекции AB равностороннего треугольника ABC, лежащего в плоскости P, построить его проекцию.



4.16 Дано совмещенное с плоскостью V положение окружности, лежащей в плоскости P. Построить ее проекции



4.17 Даны плоскость P и лежащая в ней прямая AB. Построить в плоскости P прямую CD, параллельную AB на расстоянии 10 мм от нее



4.18 По совмещенному положению с плоскостью h построить проекции равностороннего треугольника ABC, лежащего в плоскости P

2.5 Тема 5. Сечение геометрических тел плоскостями

Сечением поверхности геометрического тепа плоскостью называется плоская фигура , содержащая точки, принадлежащие и поверхности и секущей плоскости.

Общий принцип построения сечения состоит в определении точек пересечения ребер или образующих данной поверхности с секущей плоскостью.

В зависимости от положения секущей плоскости по отношению к плоскостям проекций можно различать два основных случая: 1) поверхность геометрического тела рассекается плоскостью частного положения; 2) поверхность тела рассекается плоскостью общего положения.

Построение проекций сечения любого геометрического тела плоскостью частного положения графически осуществляется весьма просто в связи с тем обстоятельством, что одна из проекций сечения совпадает с одним из следов плоскости и, следовательно, проецируется в прямую линию. Поэтому задача состоит в том, чтобы построить вторую проекцию сечения, исходя из условия принадлежности его одновременно и секущей плоскости и поверхности геометрического тела

На рисунке 5.1 приведен пример построения проекций сечения трехгранной пирамиды фронтально проецирующей плоскостью P. Фронтальная проекция сечения располагается на следе P_V в виде отрезка прямой $1'2'3'$; горизонтальная проекция сечения построена при помощи линий проекционной связи, проведенных до встречи с горизонтальными проекциями соответствующих ребер. Истинная величина и форма сечения определена способом плоско-параллельного перемещения. Однако для этого построения можно было использовать и способы совмещения и перемены плоскостей проекций.

На рисунке 5.2 представлена полная развертка нижней отсеченной части пирамиды.

Развертку начинаем строить с определения натуральной величины ребер пирамиды *SA, SB, SC*. На рисунке 5.1 показано определение НВ ребер пирамиды путем вращения их до положения параллельного плоскости *V*. Натуральная величина ребер $SA = s'a'$, $SB = s'b'$, $SC = s'c'$.

На свободном месте поля чертежа произвольно выбираем точку S и методом триангуляции строим боковую поверхность пирамиды, состоящую из трех треугольников *SAC, SAB, SBC*, затем пристраиваем основание *ABC,* натуральной величиной которого является горизонтальная проекция основания *abc*.

Истинные величины усеченных боковых ребер пирамиды *A* – I, B – II, C – III определяем перемещением параллельно оси *X* фронтальных проекций точек 1′, 2′, 3′ на соответствующие натуральные величины ребер. Определенные таким образом истинные величины усеченных ребер пирамиды откладываем на соответствующих ребрах развертки пирамиды, получаем точки I, II, III. Затем их соединяем и получаем линию, которая делит развертку на верхнюю и нижнюю отсеченную часть. К одному из отрезков, например, I-II пристраиваем натуральную величину сечения I – II – III.

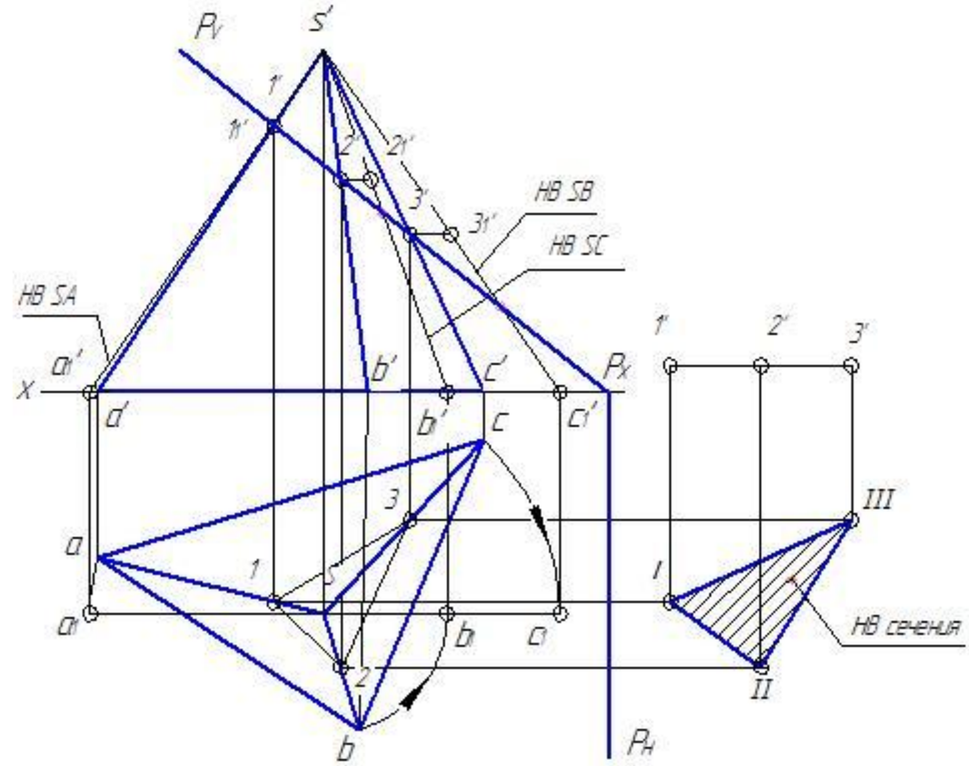


Рисунок 5.1 – Пример построения проекции сечения пирамиды фронтально проецирующей плоскостью. Определение натуральной величины фигуры сечения

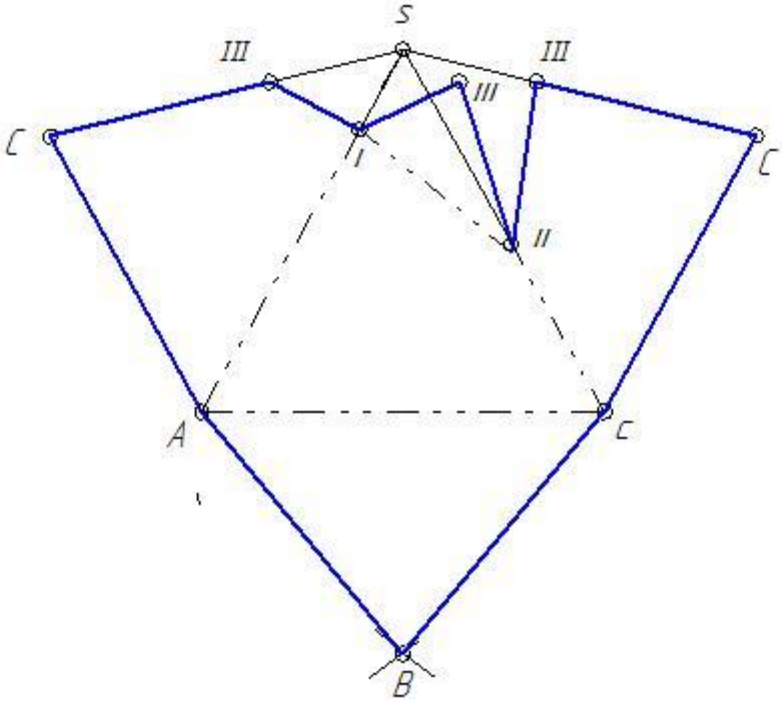
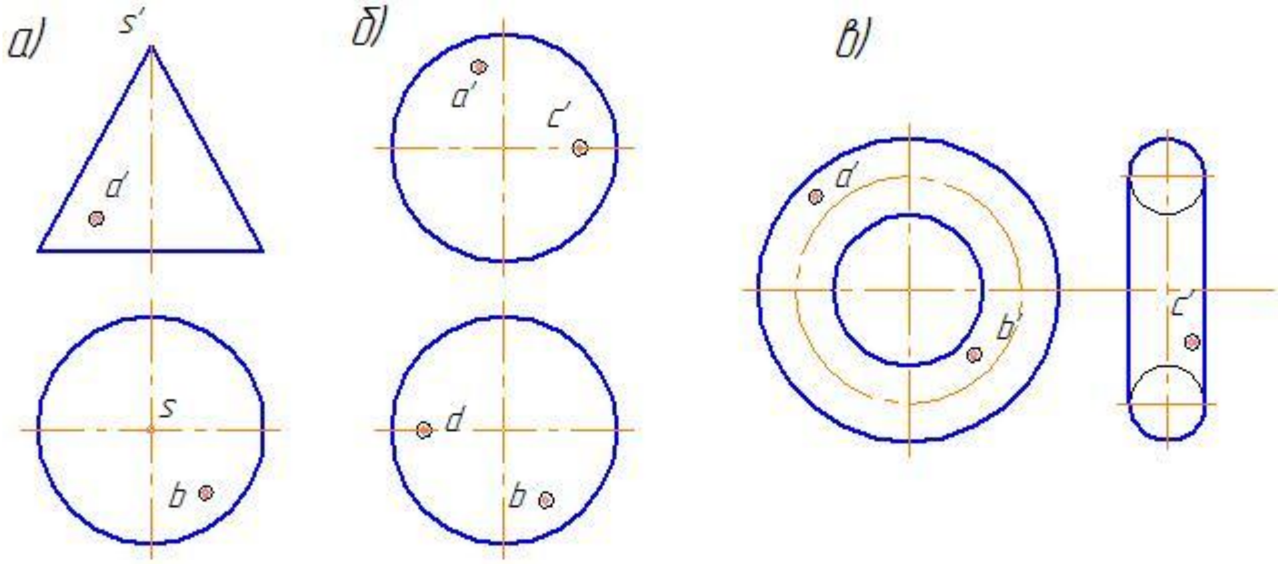
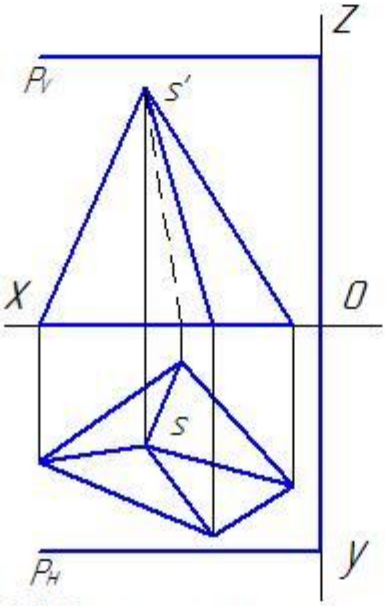


Рисунок 5.2 – Пример построения развертки нижней отсеченной части пирамиды

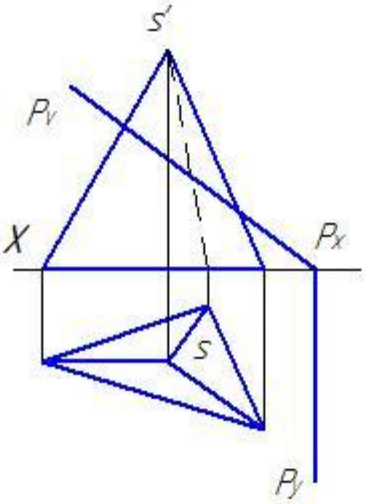
Задачи по теме 5. Поверхности геометрических тел



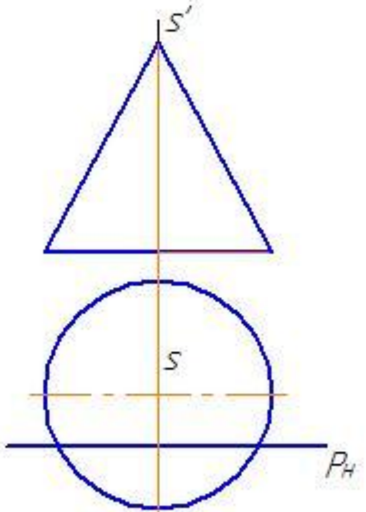
5.1 (а–в) Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности тел



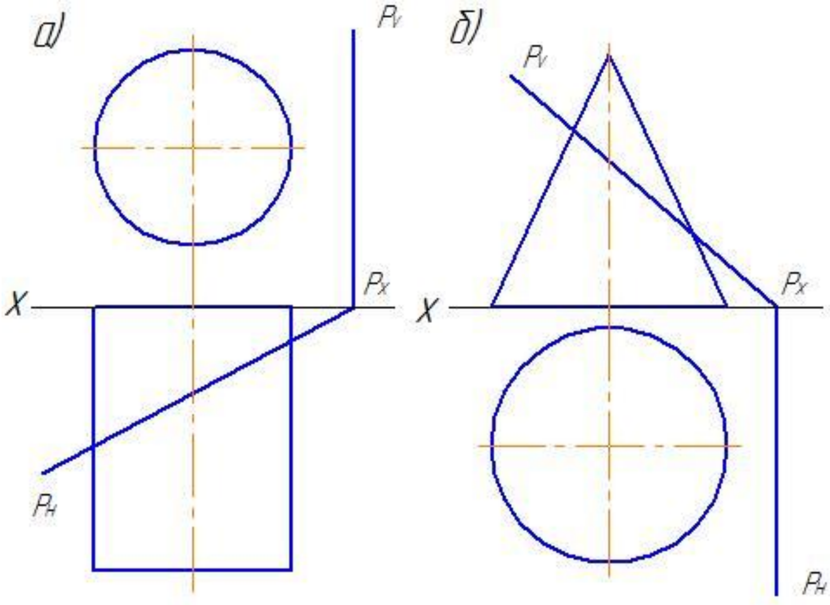
5.2 Построить проекции и натуральный вид фигуры сечения тела плоскостью P



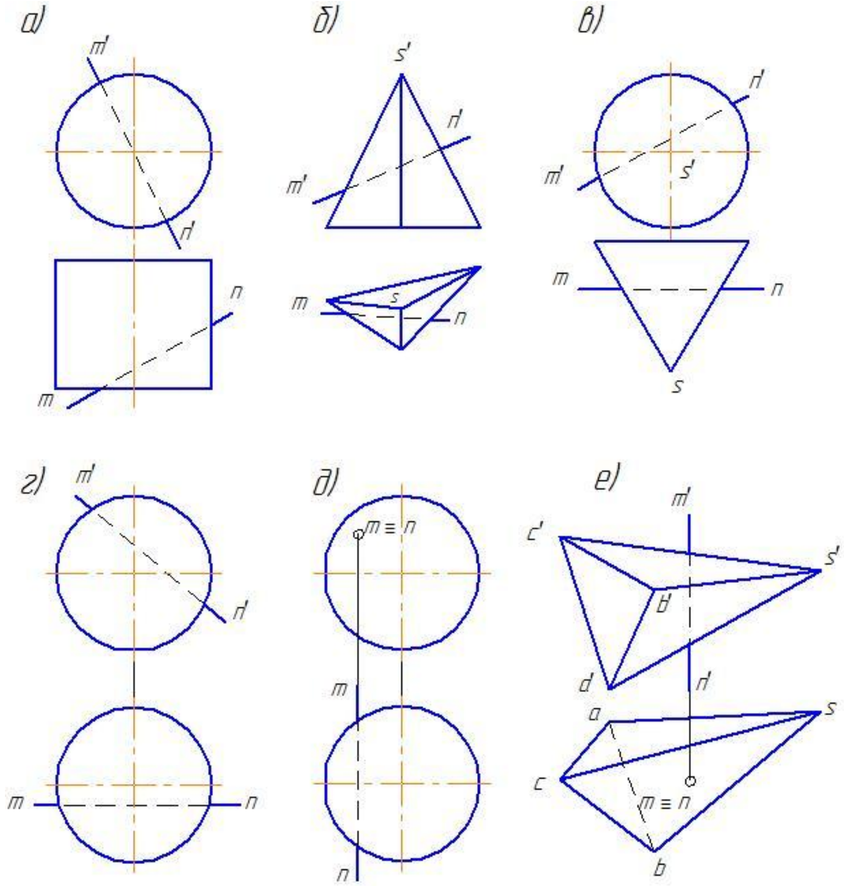
5.3 Построить проекции сечения пирамиды плоскостью P, определить НВ сечения и выполнить развертку нижней отсеченной части



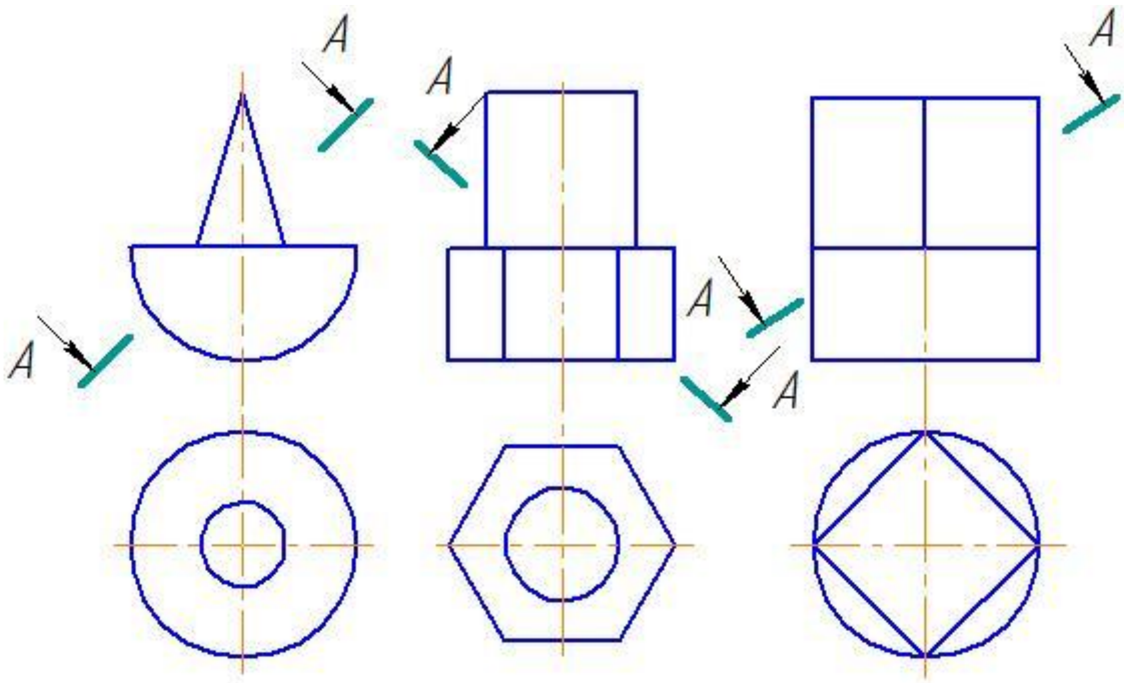
5.4 Построить проекции фигуры сечения конуса плоскостью P



5.5 (а–б) Построить три проекции линии пересечения поверхностей вращения плоскостью P, определить натуральную величину фигуры сечения и выполнить развертки отсеченной части каждой поверхности



5.6 (а–е) Построить точки пересечения прямой с поверхностью тел, определить видимость элементов



5.7 Построить три проекции линии сечения геометрических тел плоскостью А – А

2.6 Тема 6. Аксонометрические проекции

Аксонометрия – это наглядное изображение предмета. Сущность получения аксонометрической проекции: предмет в пространстве относят к прямоугольной системе координатных осей (декартовой системе координат), а затем вместе с осями проецируют на некоторую плоскость *P*, которая называется плоскостью аксонометрических проекций. Направление проецирования *S* при этом выбирают не параллельно и не перпендикулярно координатным осям. Полученный чертеж на плоскости называют аксонометрическим или аксонометрией.

Аксонометрические проекции подразделяются:

а) по направлению проецирующих лучей:

1) на прямоугольные – проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проецирования *P*;

2) косоугольные – проецирующие лучи не перпендикулярны плоскости проецирования *P*;

б) по коэффициенту искажения:

1) на изометрические – $к = m = n$. Коэффициенты искажения по всем трем осям равны между собой, где $к$ – коэффициент искажения по оси *X*, m – коэффициент искажения по оси *У*, n – коэффициент искажения по оси *Z*;

2) диметрические – $к = n \neq m$;

3) триметрические – $к \neq n \neq m$.

Основное уравнение аксонометрии

Сумма квадратов коэффициентов искажения по аксонометрическим осям равна 2: $к^2 + m^2 + n^2 = 2$.

1) Изометрические проекции: $к = m = n$.

Так как коэффициенты равны, то уравнение будет выглядеть так: $3к^2 = 2$, отсюда $к = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}82$.

Чтобы при построении изображения не умножать размеры на 0,82, принимаем $к = 1$, т. е. по всем осям происходит увеличение натуральной величины на $\frac{1}{0{,}82} = 1{,}22$. Тогда масштаб аксонометрии $М_А$ 1,22 : 1.

2) Диметрические проекции: $к = n \neq m$.

Отсюда $m = \frac{1}{2}к$. Значение m подставляем в основное уравнение: $к^2 + \frac{1}{4}к^2 + к^2 = 2$. Решаем это уравнение, получаем: $9к^2 = 8$. Отсюда $к = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}94$, $m = 0{,}47$. Для удобства изображения берем $к = 1$, а $m = 0{,}5$. Тогда масштаб изображения будет $\dfrac{1}{0{,}94} = 1{,}06$, M_A 1,06 : 1.

Так как все размеры увеличены на одно и то же число, то деталь не искажается, а просто увеличивается.

Типы аксонометрических проекций

ГОСТ 2.317-69 устанавливает пять типов аксонометрических проекций.

1) прямоугольная изометрическая проекция – рисунок 6.3;
2) прямоугольная диметрическая проекция – рисунок 6.4;
3) косоугольная фронтальная диметрическая проекция – рисунок 6.5;
4) косоугольная фронтальная изометрическая проекция – рисунок 6.6;
5) косоугольная горизонтальная изометрическая проекция – рисунок 6.7.

Изображение геометрических тел в аксонометрии

Построение аксонометрических проекций многогранников сводится к построению их вершин и ребер.

Аксонометрические проекции цилиндра определяются аксонометрическими изображениями окружностей его оснований.

Геометрические тела могут стоять на аксонометрических плоскостях *H*, *V*, *W*.

1 Все отрезки, которые располагаются по осям и параллельно осям, изображаются без искажения.

2 Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

3 На ортогональном чертеже задают положение аксонометрических осей.

4 Для выявления внутренней формы тела применяют вырез одной четверти изображения плоскостями параллельными двум другим плоскостям проекций, на которых не стоит данное тело.

5 Штриховка полученных сечений производится согласно треугольнику штриховки (рисунки 6.3–6.7).

Ортогональный чертеж шестигранной призмы, стоящей на горизонтальной плоскости проекций *H*, приведен на рисунке 6.1, изометрическая проекция этой призмы и точки 3 на ее поверхности – на рисунке 6.3.

Ортогональный чертеж цилиндра, стоящего на профильной плоскости проекций *W*, изображен на рисунке 6.2, изометрическая проекция этого цилиндра – на рисунке 6.3.

Аксонометрическое изображение окружностей

Окружности в аксонометрии изображаются в виде эллипсов. Для вычерчивания эллипса вполне достаточно восьми точек. По аксонометрическим осям откладываются отрезки, равные размеру соответствующих диаметров, 1 – 2; 3 – 4; на рисунках 6.3–6.7 отрезки, равные диаметрам окружностей или 0,5d, проводятся параллельно соответствующим аксонометрическим осям.

АВ – большая ось эллипса (на рисунках 6.3–6.7 обозначается БОЭ).

СД – малая ось эллипса (на рисунках 6.3–6.7 обозначается МОЭ).

Большая ось эллипса всегда перпендикулярна малой оси эллипса.

Размеры *АВ* и *СД* определяются по формулам для каждого вида аксонометрии. Формулы приведены на рисунках 6.3–6.7.

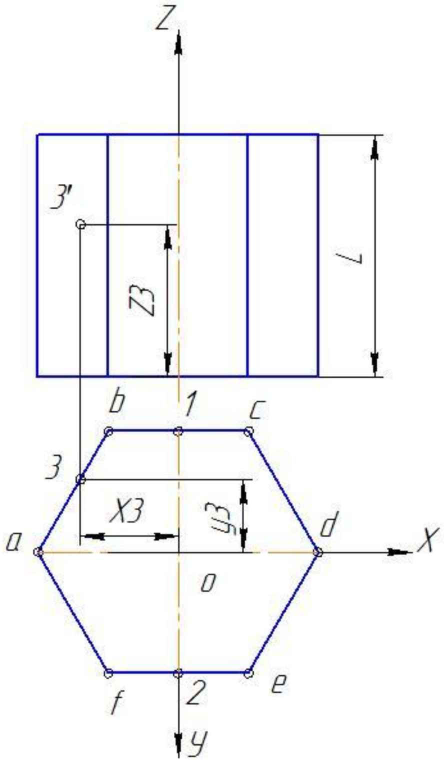


Рисунок 6.1 – Ортогональный чертеж шестигранной призмы

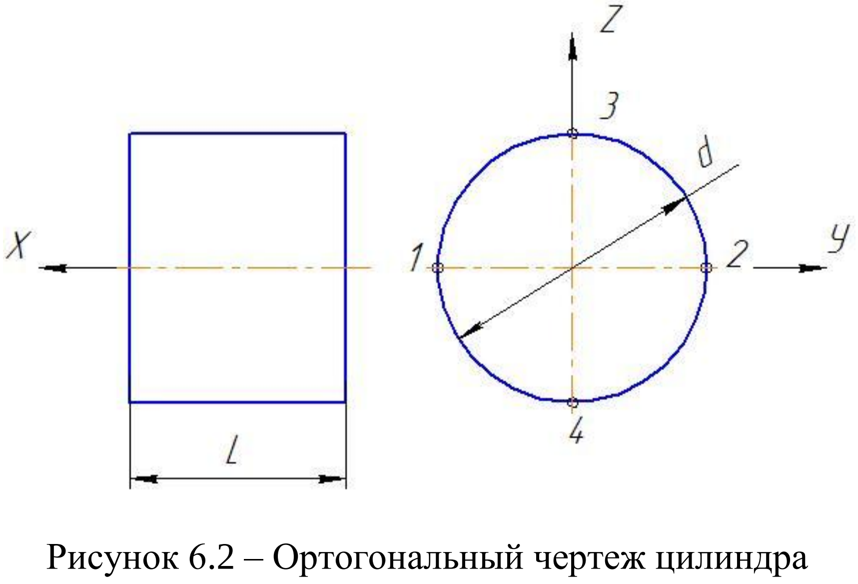
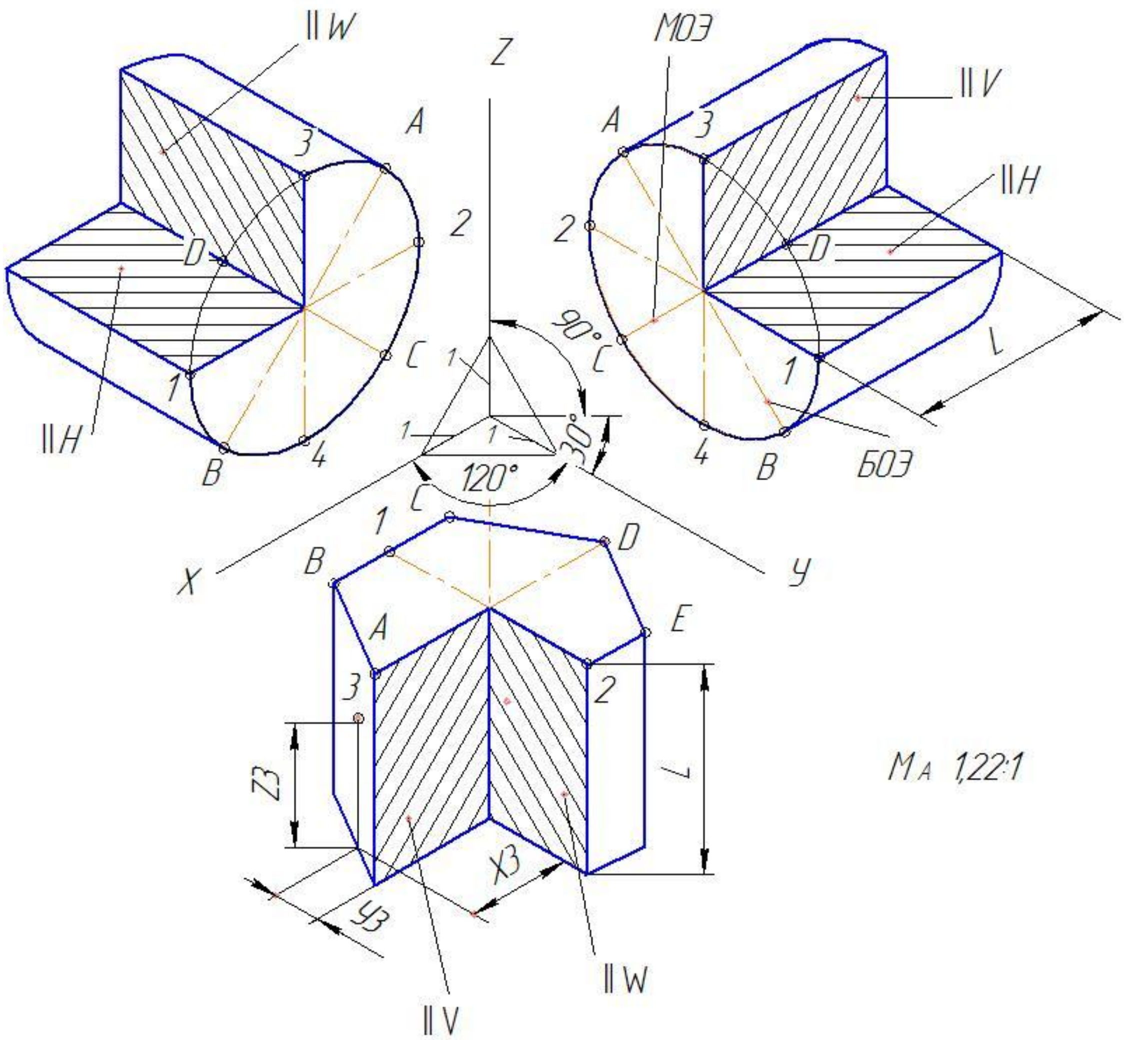


Рисунок 6.2 – Ортогональный чертеж цилиндра

1 Прямоугольная изометрическая проекция



1 БОЭ – большая ось эллипса $AB = 1{,}22d$, МОЭ – малая ось эллипса $CD = 0{,}71d$, отрезок 1 – 2 = d, отрезок 3 – 4 = d, где d – диаметр цилиндра.

2 Большая ось эллипса всегда перпендикулярна той аксонометрической оси, которая не принадлежит плоскости эллипса.

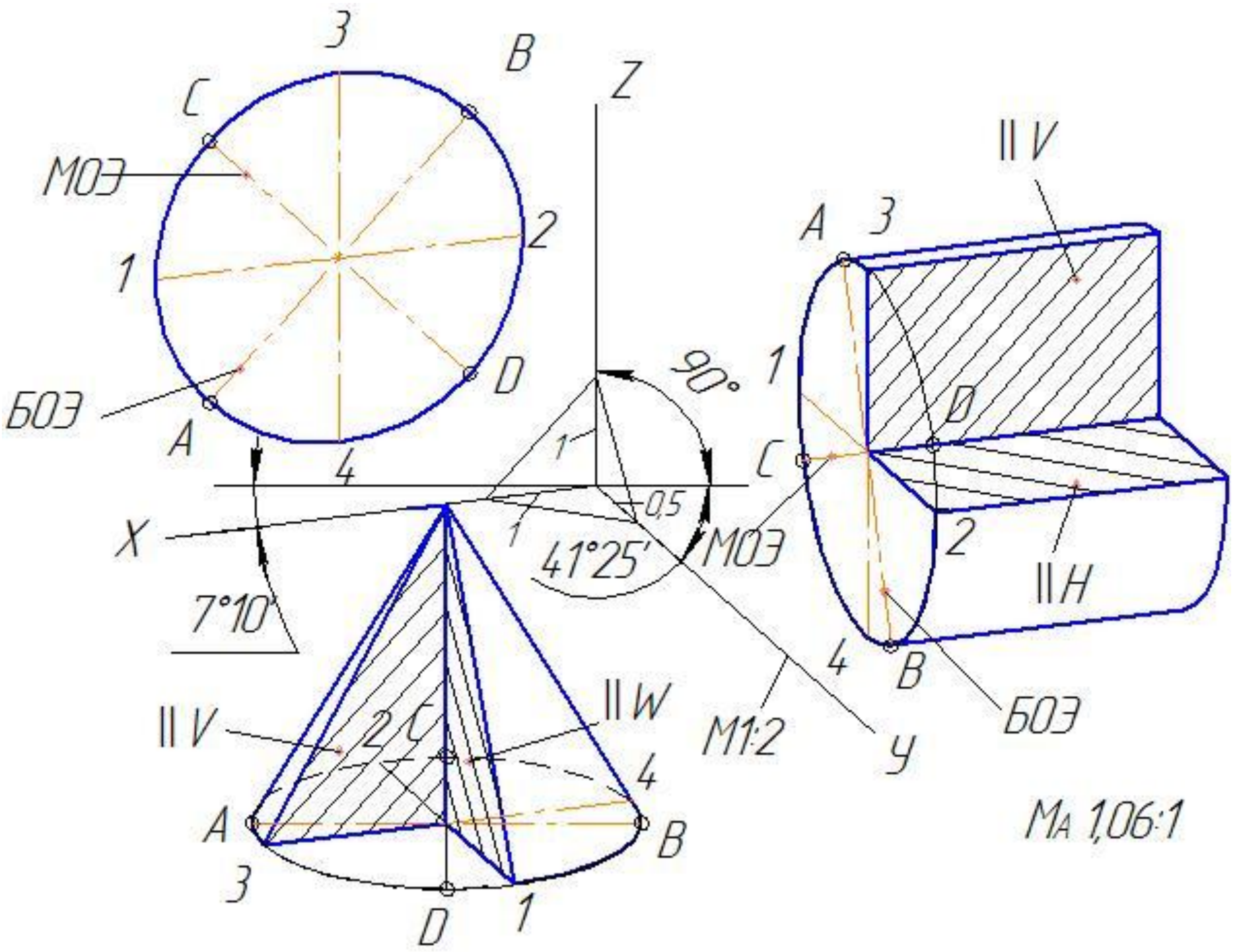
3 МОЭ $\perp$ БОЭ.

4 Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

5 M_A – масштаб аксонометрии.

Рисунок 6.3 – Прямоугольная изометрическая проекция

2 Прямоугольная диметрическая проекция



1 БОЭ – большая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекций AB = 1,06d, МОЭ – малая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекций $СД$ = 0,35d, отрезок 1– 2 = 0,5d, отрезок 3 – 4 = d. На фронтальной плоскости проекций AB = 1,06d, $СД$ = 0,95d, отрезок 1 – 2 = d, отрезок 3 – 4 = d, где d – диаметр цилиндра.

2 Большая ось эллипса всегда перпендикулярна той аксонометрической оси, которая не принадлежит плоскости эллипса.

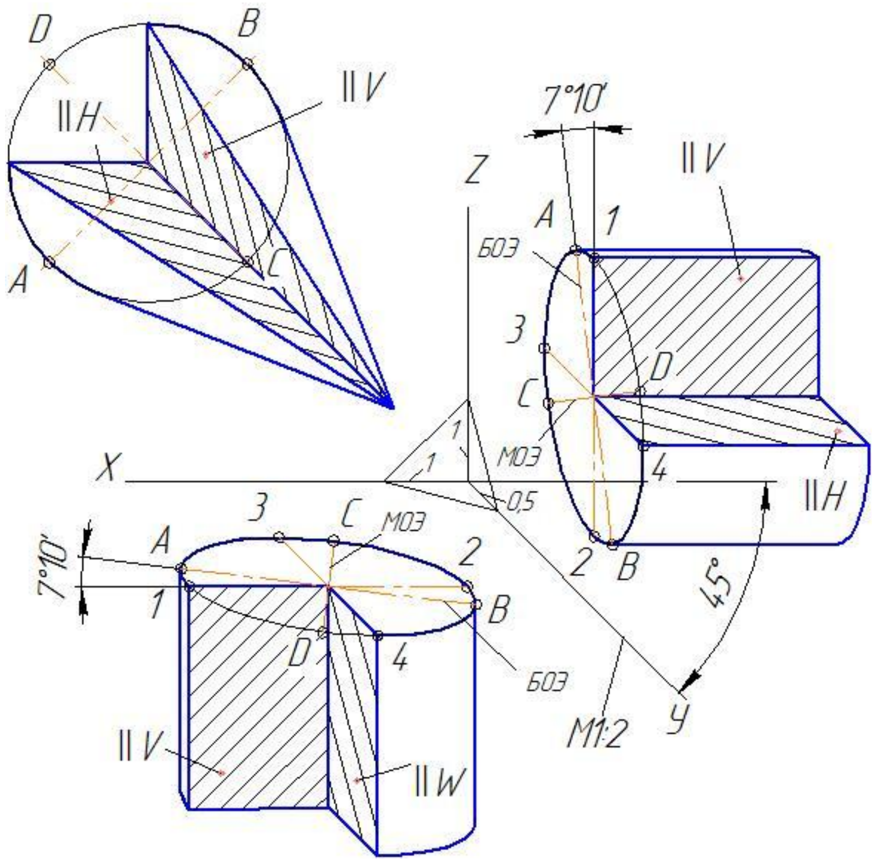
3 МОЭ ⊥ БОЭ.

Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

4 $М_А$ – масштаб аксонометрии.

Рисунок 6.4 – Прямоугольная диметрическая проекция

3 Косоугольная фронтальная диметрическая проекция



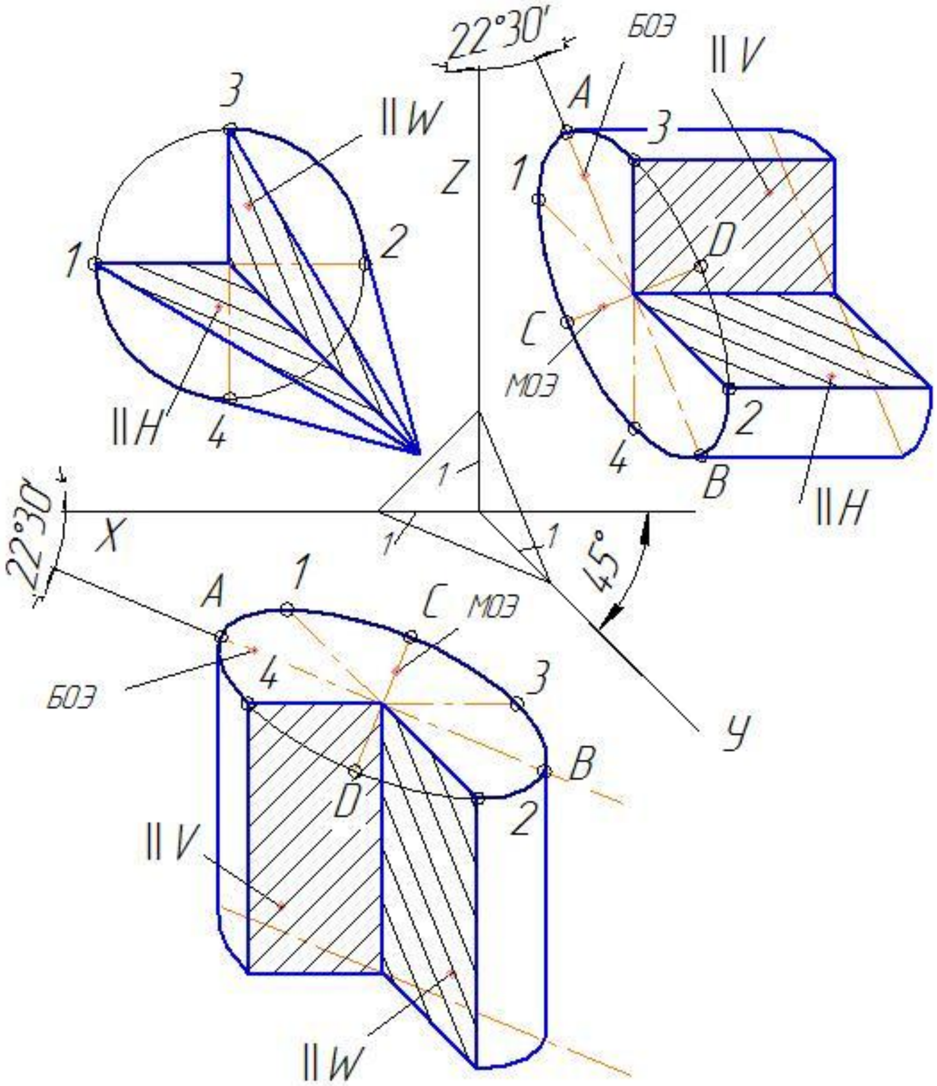
1 БОЭ – большая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекций $AB = 1{,}06d$, МОЭ – малая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекции $СД = 0{,}33d$, отрезок 1 – 2 = d, отрезок 3 – 4 = $0{,}5d$, где d – диаметр цилиндра. На фронтальной плоскости проекций оси проецируются без искажения.

2 МОЭ ⊥ БОЭ.

3 Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

Рисунок 6.5 – Косоугольная фронтальная диметрическая проекция

4 Косоугольная фронтальная изометрическая проекция

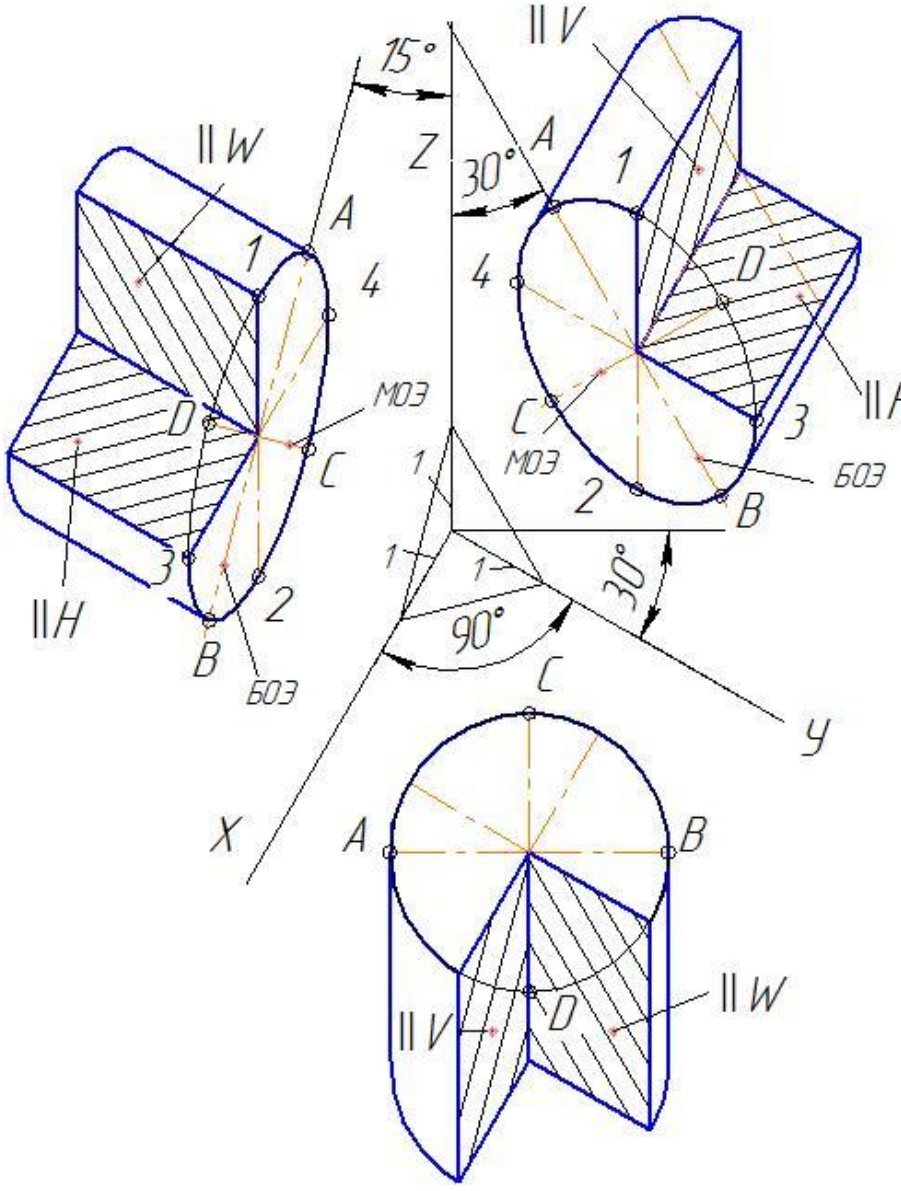


1 БОЭ – большая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекций *АВ* = 1,33*d*, МОЭ – малая ось эллипса. На горизонтальной и на профильной плоскости проекций *СД* = 0,54*d*, отрезок 1 – 2 = *d*, отрезок 3 – 4 = *d*, где *d* – диаметр цилиндра. На фронтальной плоскости проекций оси проецируются без искажения.

2 Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

Рисунок 6.6 – Косоугольная фронтальная изометрическая проекция

5 Косоугольная горизонтальная изометрическая проекция



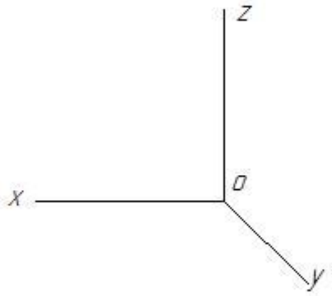
1 БОЭ – большая ось эллипса. На фронтальной плоскости проекций $AB = 1{,}37d$, МОЭ – малая ось эллипса. На фронтальной плоскости проекций $СД = 0{,}37d$, отрезок 1 – 2 $= d$, отрезок 3 – 4 $= d$, на профильной плоскости проекций АВ = 1,22d, $СД$ = 0,71d, отрезок 1 – 2 = d, отрезок 3 – 4 = d, где d – диаметр цилиндра. На горизонтальной плоскости проекций оси проецируются без искажения.

2 МОЭ ⊥ БОЭ.

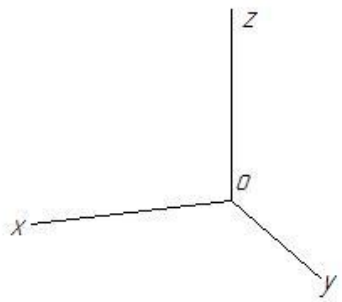
3 Высота геометрического тела располагается параллельно оси, отсутствующей в плоскости, на которой стоит геометрическое тело.

Рисунок 6.7 – Косоугольная горизонтальная изометрическая проекция

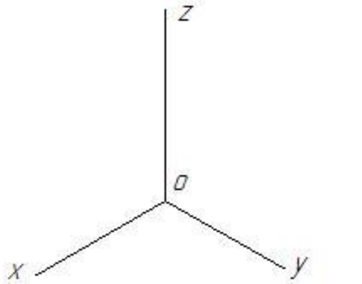
Задачи по теме 6. Аксонометрические проекции



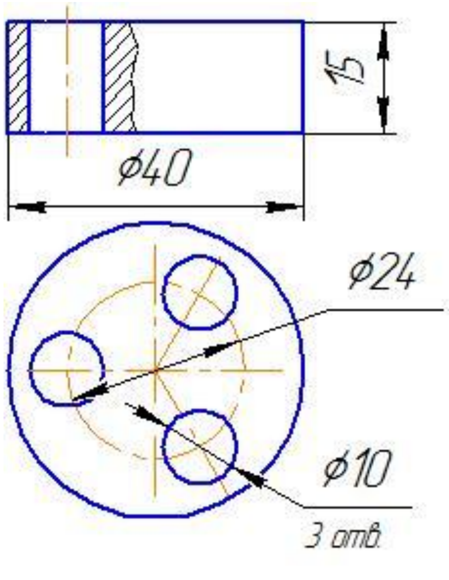
6.1 Построить в косоугольной фронтальной диметрии отрезок АВ по координатам его точек А(40, 10, 30) и В(10, 40, 5)

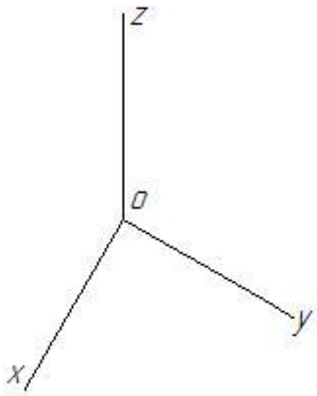


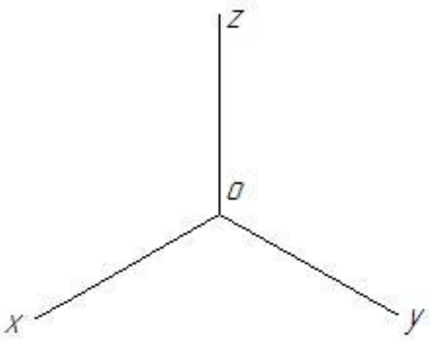
6.2 Построить в прямоугольной диметрии окружность, лежащую в плоскости V по координатам его центра С(10, 0,20) и диаметра D = 40 мм



6.3 Построить в прямоугольной изометрии цилиндр с основанием на пл. W. Дано: центр основания С(10, 15, 20), диаметр D = 25 мм, высота H = 40 мм

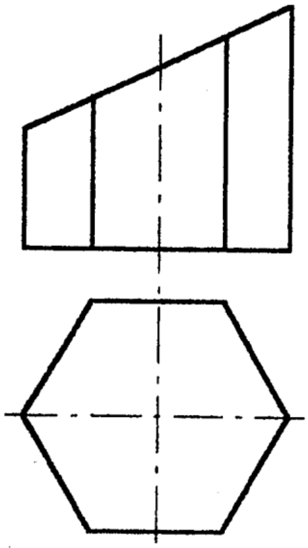




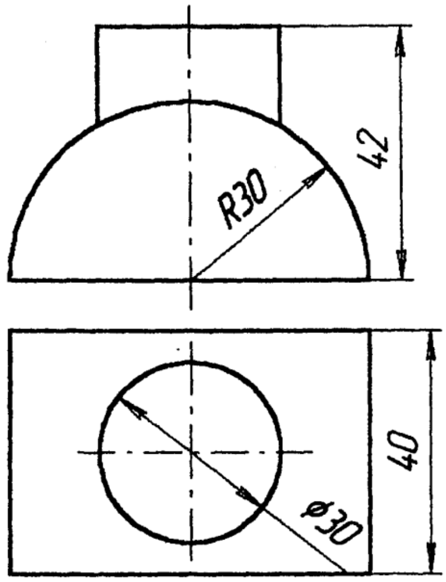


6.4 Построить данную деталь в косоугольной горизонтальной изометрии и в прямоугольной изометрии

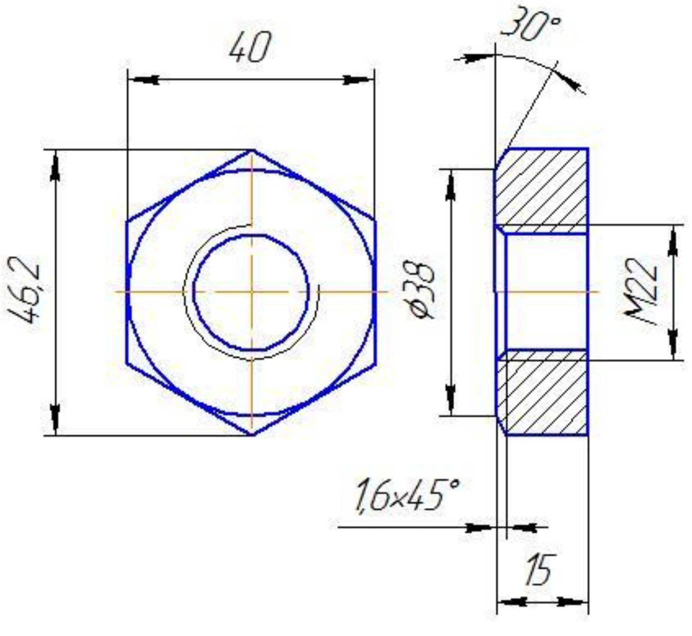
6.5 Построить в косоугольной фронтальной диметрии конус с основанием на пл. V. Дано: центр основания С(20, 0, 20), диаметр D = 30 мм, высота H = 70 мм.



6.6 Построить данную деталь
в прямоугольной диметрии.



6.7 Построить деталь в фронтальной
изометрии



6.8 Построить прямоугольную изометрию детали
Выполнить вырез плоскостями параллельными V и H

Контрольные вопросы

1. В каком случае точка лежит в плоскости?
2. В каком случае прямая лежит в плоскости?
3. Какие особенности имеют горизонтально проецирующие плоскости?
4. Какие особенности имеют фронтально проецирующие плоскости?
5. Какие особенности имеют профильные (горизонтально-фронтально проецирующие) плоскости?

6 Какие особенности имеют профильно проецирующие плоскости?

7. Какие линии плоскости называются главными?
8. Какие характерные признаки имеют проекции главных линий?
9. Какая из главных линий служит для определения угла наклона плоскости проекции?
10. В каком случае линия параллельна плоскости?
11. Как определить параллельность прямой и плоскости?
12. В каких случаях две плоскости параллельны и как проверить параллельность двух плоскостей, если одна из них задана двумя параллельными прямыми, а другая – двумя пересекающимися прямыми?
13. Как определить точку пересечения прямой линии с плоскостью?
14. Какое направление имеют проекции линий перпендикулярной плоскости при задании ее следами?

15 Если линия перпендикулярна плоскости, то как найти направление проекций перпендикуляра, если плоскость задана точками или линиями?

16 Как построить плоскость, проходящую через данную точку и перпендикулярную данной прямой линии?

17 В чем заключается условие взаимной перпендикулярности двух плоскостей и как это проверяется на эпюре?

18 Если точка вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости *H*, то какой вид будут иметь проекции траектории, описываемой точкой на *H* и *V*?

19 Изменится ли длина горизонтальной проекции отрезка прямой, если вращать отрезок вокруг оси, перпендикулярной плоскости *H*?

20 Сколько раз надо повернуть отрезок прямой и вокруг каких осей, для того чтобы отрезок из общего положения привести в положение, перпендикулярное плоскости *H*?

21 Сколько раз надо повернуть плоскость и вокруг каких осей, для того чтобы плоскость из общего положения привести в положение, параллельное плоскости Н?

22 Чем отличается способ вращения от способа совмещения?

23 Как построить центр и радиус вращения для любой точки при вращении ее вокруг горизонтали?

24 Где расположится горизонтальный след горизонтали проецирующей плоскости, если вращать ее вокруг фронтального следа до совмещения с

плоскостью *V*?

25 Как расположится горизонтальный след фронтально проецирующей плоскости относительно фронтального следа, если вращать эту плоскость вокруг фронтального следа до совмещения с плоскостью *V*?

26 Чем отличается способ вращения от способа перемены плоскостей проекций?

27 Какие координаты точки сохраняются при замене плоскостей проекций?

28 Сколько раз надо заменить плоскости проекций для того, чтобы прямая общего положения спроецировалась на новую плоскость проекций в виде точки?

29 Сколько раз надо переменить плоскости проекций для того, чтобы плоская фигура, расположенная в общем положении, спроецировалась на новую плоскость проекций в натуральную величину?

30 В каких случаях поверхности вращения пересекаются по плоским кривым линиям?

31 В каких случаях применяются сферические поверхности для построения линии пересечения поверхностей вращения?

32 Какие секущие плоскости целесообразно применять при пересечении криволинейных поверхностей?

33 Какие точки у линии пересечения криволинейных поверхностей являются основными и как они строятся?

34 На базе каких задач из начертательной геометрии строится линия пересечения поверхностей?

35 Как строится линия пересечения скатов крыши над зданием?

36 В каком порядке рекомендуется строить линии пересечения двугранных поверхностей?

37 На базе каких задач из начертательной геометрии строится линия пересечения поверхностей?

38 Какие точки линии пересечения гранных поверхностей можно соединить отрезком прямой?

39 Если одна из точек пересечения видимая, другая невидимая, то будет ли отрезок прямой, соединяющий эти точки, видимым?

40 Что называют разверткой поверхностей?

41 Какие поверхности называют развертывающимися и какие неразвертывающимися?

42 Укажите основные свойства разверток.

43 Укажите последовательность графических построений разверток поверхностей конуса и цилиндра.

44 Что называют аппроксимацией поверхности?

45 Какие способы разверток многогранников вы знаете?

Перечень заданий на аудиторную контрольную работу

Аудиторная контрольная работа состоит из двух заданий:

– первое задание берется из 1раздела настоящих методических указаний;

– второе задание берется из 2 раздела настоящих методических указаний;

– третье задание берется из перечня контрольных вопросов.

Студент из первого задания выполняет один из вариантов, из второго – три задачи, из третьего задания студент отвечает на один вопрос по указанию преподавателя.

Задание первое		Задание второе	
1	Эпюр №1, вариант 1	1	Задача 1.1; 4.18; 6.8
2	Эпюр №1, вариант 2	2	Задача 1.2; 4.17; 6.7
3	Эпюр № 1, вариант 3	3	Задача 1.3; 4.16; 6.6
4	Эпюр № 1, вариант 4	4	Задача 2.1; 4.15; 6.5
5	Эпюр № 1, вариант 5	5	Задача 2.2; 4.14; 6.4
6	Эпюр № 2, вариант 1	6	Задача 2.3; 4.13; 6.3
7	Эпюр № 2, вариант 2	7	Задача 2.4; 4.12; 6.4
8	Эпюр № 2, вариант 3	8	Задача 2.5; 4.11; 6.3
9	Эпюр № 2, вариант 4	9	Задача 2.6; 4.10; 6.2
10	Эпюр № 3, вариант 1	10	Задача 2.7; 4.9; 6.1
11	Эпюр № 3, вариант 2	11	Задача 2.8; 4.8; 5.7
12	Эпюр № 3, вариант 3	12	Задача 2.9; 4.7; 5.6
13	Эпюр № 3, вариант 4	13	Задача 2.10; 4.6; 5.5
14	Эпюр № 4, вариант 1	14	Задача 2.11; 4.5; 5.4
15	Эпюр № 4, вариант 2	15	Задача 2.12; 4.4; 5.3
16	Эпюр № 4, вариант 3	16	Задача 3.1; 4.3; 5.2
17	Эпюр № 4, вариант 4	17	Задача 3.2; 4.2; 5.1
18	Эпюр № 5, вариант 1	18	Задача 3.3; 4.1; 6.8
19	Эпюр № 5, вариант 2	19	Задача 3.4; 3.16; 6.7
20	Эпюр № 5, вариант 3	20	Задача 3.5; 3.15; 6.6
21	Эпюр № 5, вариант 4	21	Задача 3.6; 3.14; 6.5
22	Эпюр № 6, вариант 1	22	Задача 3.7; 3.13; 6.4
23	Эпюр № 6, вариант 2	23	Задача 3.8; 3.12; 6.3
24	Эпюр № 6, вариант 3	24	Задача 3.9; 3.11; 6.2
25	Эпюр № 6, вариант 4	25	Задача 3.10; 4.1; 6.1

Вопросы к экзамену

1 Центральное и параллельное проектирование на плоскость. Основные свойства параллельных проекций (перечислить).

2 Основные свойства параллельных проекций (привести их доказательства и указать применение в методе ортогональных проекций).

3 Деление отрезка прямой в данном отношении (доказать свойство параллельных проекций об отношении отрезков прямой линии и разделить профильную прямую в заданном отношении, не прибегая к профильной проекции).

4 Определение длины отрезка прямой и углов наклона к плоскостям проекций. Обосновать все известные способы решения этой задачи (5 способов).

5 Скрещивающиеся прямые. Метод конкурирующих точек и его применение (показать на примерах).

6 Взаимное положение двух прямых в пространстве (показать на примерах, на наглядном чертеже и эпюре).

7 Точка и прямая в плоскостях общего и частного положения (показать на наглядном чертеже и на эпюре).

8 Главные линии плоскости (показать их использование при решении задач).

9 Пересечение прямой с поверхностью геометрического тела (показать на наглядном чертеже и на эпюре нахождение точки входа и выхода).

10 Пересечение поверхности геометрического тела плоскостью (показать на наглядном чертеже и на эпюре пример построения линии пересечения).

11 Построения линии пересечения многоугольников.

12 Построение линии пересечения поверхностей геометрических тел.

13 Кривые поверхности (привести классификацию и примеры применения в технике). Задать на эпюре шар и конус, цилиндр и взять точку на их поверхности.

14 Многогранники (изобразить на эпюре прямую и пирамиду, задать точку на поверхности пирамиды и призмы, выполнить развертку призмы).

15 Развертки кривых поверхностей (объяснить на примере развертки прямого кругового цилиндра.

16 Способы перемены плоскостей проекций (объяснить сущность способа на наглядном чертеже и на эпюре). Решить задачу.

17 Способ вращения вокруг осек, перпендикулярных к плоскостям проекции (объяснить сущность способа на наглядном чертеже и на эпюре).

18 Способ совмещения, (объяснить сущность способа на наглядном чертеже и на эпюре). Решить задачу.

19 Понятие об основной теореме аксонометрии. Основные виды аксонометрических проекций, рекомендуемые ГОСТ (коэффициенты искажения и углы между осями).

20 Косоугольная фронтальная диметрия (коэффициенты искажения, углы между осями). Изображение окружностей, заданных на плоскостях проекций H, V, W.

21 Прямоугольная диметрия (коэффициенты искажения, углы между осями).

Изображение окружностей, заданных на плоскостях проекций *H, V, W*.
22 Прямоугольная изометрия (коэффициенты искажения, углы между осями). Изображение окружностей, заданных на плоскостях проекций *H, V, W*.
23 Косоугольная фронтальная изометрия (коэффициенты искажения, углы между осями). Изображение окружностей, заданных на плоскостях проекций *H, V, W*.
24 Горизонтальная косоугольная изометрия (коэффициенты искажения, углы между осями). Изображение окружностей, заданных на плоскостях проекций *H, V, W*.

Библиографический список

Рекомендуемая литература

Учебники и учебные пособия

1 **Сорокин, Н. П.** Инженерная графика [Текст] : учебник для студентов строительных вузов и инженеров / Н. П. Сорокин, Е. Д. Ольшевский, А. Н. Заикина, Е. И. Шибанова. – 2-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2006. – 392 с.

2 **Чекмарев, А. А.** Начертательная геометрия и черчение [Текст] : учебник для высш. учеб. заведений / А. А. Чекмарев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ВЛАДОС, 2003. – 472 с.

3 **Гордон, В. О.** Курс начертательной геометрии [Текст] : учебное пособие для втузов / под ред. В. О. Гордона и Ю. Б. Иванова. – 24-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2000. – 272 с.

4 Фролов, С. А. Начертательная геометрия. Сборник задач [Текст] : учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов / С. А. Фролов. – 3-е изд., испр. – М. : ИНФРА-М, 2008. – 172 с., ил. – (Высшее образование).

5 Зайцев, Ю. А. Начертательная геометрия. Решение задач [Текст] : учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов / Ю. А. Зайцев. – М. : Дашков К^0, 2009. – 276 с.

Методические пособия

6 Георгиевский, О. В. Конспект лекций по начертательной геометрии [Текст] : методическое пособие для студентов строительных вузов / О. В. Георгиевский, Т. М. Кондратьева. – М. : Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 80 с.

7 Положение о дипломном проектировании [Текст] : ч.1. Единые требования к текстовым документам: нормативное издание для студентов Сыктывкарского лесного института / сост. В. А. Паршукова, А. А. Митюшев : СЛИ. – Сыктывкар, 2009. – 36 с.

Использованная литература

8 Начертательная геометрия и черчение [Текст] : методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей / сост. С. А. Фролов. – М. : Высш. шк., 1990. – 108 с.